



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

UNA PROPUESTA DE USO DE UN CLASSROOM RESPONSE SYSTEM (CRS) PARA PROMOVER CLASES INTERACTIVAS DE CÁLCULO EN LA UNIVERSIDAD

- Barragués Fuentes, José Ignacio

Universidad del País Vasco/ Euskal Herriko Unibertsitatea

Escuela Politécnica de Donostia, Departamento de Matemática Aplicada

Plaza de Europa, 1

20018-SAN SEBASTIÁN

ESPAÑA

mapbafuj@sp.ehu.es

- Morais Ezkerro, Adolfo

Universidad del País Vasco/ Euskal Herriko Unibertsitatea

Escuela Politécnica de Donostia, Departamento de Matemática Aplicada

Plaza de Europa, 1

20018-SAN SEBASTIÁN

ESPAÑA

a.morais@ehu.es

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

- Manterola Zabala, M^a Juncal

Universidad del País Vasco/ Euskal Herriko Unibertsitatea

Escuela Politécnica de Donostia, Departamento de Matemática Aplicada

Plaza de Europa, 1

20018-SAN SEBASTIÁN

ESPAÑA

mariajuncal.manterola@ehu.es

- Guisasola Aranzabal, Jenaro

Universidad del País Vasco/ Euskal Herriko Unibertsitatea

Escuela Politécnica de Donostia, Departamento de Física Aplicada I

Plaza de Europa, 1

20018-SAN SEBASTIÁN

ESPAÑA

jenaro.guisasola@ehu.es

1. **RESUMEN:** La concepción actual de lo que significa enseñar y aprender Matemáticas sostiene que los estudiantes deben aprender construyendo activamente nuevos significados a partir de la experiencia y el conocimiento previos. Esta concepción exige realizar un seguimiento del aprendizaje y de las tareas realizadas, desarrollar en el aula actividades que permitan poner en práctica conceptos clave en problemas prácticos, etc. En este contexto, los Classroom Response System (CRS) vienen siendo investigados por su potencial para mejorar la comunicación entre el profesor y los estudiantes. En este

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

trabajo se describen las estrategias de enseñanza que se han implementado en la UPV/EHU (España) para la enseñanza de Cálculo en estudios de Ingeniería haciendo uso de un CRS para facilitar la interacción con grupos numerosos de estudiantes. Los resultados muestran que los estudiantes valoraron positivamente la enseñanza recibida, y además se observó una ganancia media normalizada en el aprendizaje significativamente superior a la obtenida por un grupo de estudiantes que recibió una enseñanza convencional.

2. **ABSTRACT:** The current conception of what means to teach and to learn Mathematics holds that students must learn constructing actively new meanings from experience and previous knowledge. This conception demands a follow-up of the learning and of the completed tasks, to develop in the classroom activities that allow putting in practice key concepts in practical problems, etc. In this context, the Classroom Response System (CRS) is being investigated by its potential to improve the communication between the teacher and the students. In this work we describe the strategies of education that we have put in practice at the UPV/EHU (Spain) for the education of Calculus in Engineering studies using a CRS to facilitate the interaction with large groups of students. The results show that students valued positively the received education. In addition, it was observed a significantly superior average normalized gain in the learning to that obtained by a group of students that received a conventional education.
3. **PALABRAS CLAVE:** Classroom Response System, Cálculo, ABP / **KEYWORDS:** Classroom Response System, Calculus, PBL.
4. **ÁREA DE CONOCIMIENTO:** Ingenierías y Arquitectura.

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

ÁMBITO TEMÁTICO DEL CONGRESO: Innovación en el enseñamiento superior.

MODALIDAD DE PRESENTACIÓN:

5. DESARROLLO:

a) Objetivos

Cálculo es una asignatura que tiene un contenido similar en los diversos grados de Ingeniería de la Universidad del País Vasco y del resto de universidades españolas. Se trata de una asignatura anual dedicada al Cálculo Diferencial e Integral, donde gran parte del temario es ya conocido por los estudiantes porque la operativa con funciones elementales, derivación e integración de funciones de una variable forman parte del programa de Matemáticas de Enseñanza Secundaria Obligatoria y Bachillerato de España. En los estudios de Ingeniería se completa el currículum incluyendo algunos temas avanzados clásicos de un programa de Análisis Matemático para Ingeniería: funciones reales de varias variables reales, integración múltiple y curvilínea, ecuaciones diferenciales, transformación de Laplace y análisis de Fourier. Tradicionalmente, el profesor presenta formalmente los contenidos matemáticos, ilustra los conceptos y procedimientos con ejemplos y ejercicios de aplicación y finalmente evalúa el aprendizaje de los estudiantes mediante ejercicios-tipo similares. Loef et al. (2007) indican que este patrón de discurso en el aula es el más ampliamente extendido, y lo caracterizan del siguiente modo: el profesor explica los procedimientos que deben aplicarse, muestra las direcciones a seguir y los posibles errores, todo ello requiriendo muy poca interacción con el estudiante y entre los propios estudiantes. Dentro de este modelo no se emplaza a los estudiantes a explicar sus ideas, ni se debate acerca de las ideas incorrectas, no hay oportunidades para hacer conjeturas y buscar consensos acerca de las ideas matemáticas. La tarea matemática que se propone a los estudiantes consiste en memorizar y aplicar procedimientos ya elaborados para calcular respuestas, más que en profundizar en el significado de los conceptos (Spillane y Zeuli, 1999).

Existe una amplia investigación que cuestiona este modelo tradicional de enseñanza y aprendizaje en la Universidad, y muestra su escasa efectividad para lograr un aprendizaje comprensivo y para generar unas actitudes favorables en los estudiante (Moise, 1984;

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

Anderson y Loftsgaarden, 1987; Peterson, 1987; Rogalski, 1990; Tall, 1996; Guershon y Trgalová, 1996). Los estándares actuales coinciden en que los estudiantes deben trabajar en un entorno que les anime a construir activamente Matemáticas, a explorar, predecir y cometer errores, a experimentar situaciones abundantes y variadas que les permitan adquirir competencia matemática (NCTM, 2000; NRC, 1995). Sin embargo, como indican Loef et al. (2007), encontrar el modo de proporcionar a los estudiantes un entorno de trabajo tan exigente es algo complejo y no bien caracterizado en la bibliografía. Lampert (2001) describe algunas de las múltiples dificultades a las que el profesor debe hacer frente: el elevado número de estudiantes presentes en el aula, analizar el conocimiento previo de los estudiantes y sus concepciones alternativas; mantener la motivación y la atención de modo permanente; conocer sus opiniones e involucrarles de forma significativa en el trabajo; realizar un seguimiento del aprendizaje y de las tareas realizadas; desarrollar en el aula actividades que permitan poner en práctica los conceptos clave, etc. El profesor debe proporcionar a cada estudiante oportunidades para mostrar sus ideas acerca de los problemas que se están resolviendo, pero simultáneamente animarle a que cuestione las vías de solución propuestas por los demás. Pero, como señala Ball (1993), al mismo tiempo el profesor es responsable de que los estudiantes adquieran los contenidos matemáticos y desarrollen una disposición favorable hacia las Matemáticas. Frente a todas estas exigencias no es de extrañar, como apuntan Loef et al. (2007), que el descrito modelo tradicional de enseñanza y aprendizaje continúe siendo prevalente.

La bibliografía identifica la comunicación en el aula como aspecto clave, el ofrecer oportunidades sistemáticas para discutir ideas, involucrando a los estudiantes en discusiones, tanto en pequeños grupos como en la clase completa. En este contexto, los Classroom Response System (CRS) vienen siendo investigados desde hace más de 40 años por su potencial para mejorar la comunicación entre el profesor y los estudiantes (Deal, 2007). Un CRS es un sistema informático capaz de captar, en tiempo real en el aula, las respuestas de todos los estudiantes a una pregunta formulada por el profesor. La tecnología CRS actual permite que cada estudiante seleccione una respuesta de entre las propuestas, pulsando una tecla de un pequeño dispositivo transmisor personal (“clicker”). Completan el sistema CRS un dispositivo receptor conectado al computador del profesor y un software que gestiona la base de datos de preguntas, las respuestas de cada estudiante en cada pregunta y la puntuación acumulada conseguida.

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

Actualmente se está llevando a cabo una amplia investigación acerca del uso de los CRS en educación superior (Bruff, 2011; Banks, 2009; Mazur, 1997). La conclusión que se desprende de los diversos estudios es que un entorno de trabajo CRS con un enfoque constructivista puede estimular a los estudiantes a conjeturar, razonar, argumentar, justificar, explorar el significado de los conceptos y compartir el nuevo conocimiento con sus compañeros, guiados por el profesor.

En este trabajo se describen las estrategias que se han diseñado en el Departamento de Matemática Aplicada de la UPV/EHU (España) para la enseñanza de Cálculo en estudios técnicos universitarios, en las que se hace uso de un CRS para facilitar la interacción con grupos numerosos de estudiantes. Se detalla el modo en que se han implementado estas estrategias y los resultados obtenidos en cuanto a la valoración de los estudiantes hacia la enseñanza recibida y al aprendizaje que se ha logrado.

b) Descripción del trabajo

b.1) Fundamentación teórica de las estrategias

Ya se ha indicado que encontrar modos de definir entornos de trabajo que favorezcan un aprendizaje profundo no es algo bien caracterizado en la bibliografía (Loef et al., 2007). De hecho, como indica Artigue (1995), si bien es fácil enseñar a los estudiantes universitarios la ejecución de cálculos mecánicos, resulta enormemente difícil enseñarles el significado profundo de los conceptos. Sin embargo, encontramos en Robert (1987) una aportación en esa dirección, cuando identifica seis hipótesis acerca del aprendizaje matemático en las que se basa la investigación actual en educación matemática en diversos países (Guershon y Trgalová, 1996). Las primeras cuatro hipótesis son generales a todos los niveles de educación matemática, mientras que las últimas dos son específicas de niveles avanzados. Las seis hipótesis son las siguientes:

Hipótesis 1. La importancia de la acción (resolución de problemas) y el proceso de desequilibrio/reequilibrio en la construcción del conocimiento (Piaget).

Hipótesis 2. El papel de la comunicación como precursora del lenguaje, y la importancia de que el estudiante cuente con el apoyo de una persona que opere en su zona de desarrollo próximo (Vigotsky).

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

Hipótesis 3. La necesidad de adquirir diversas representaciones (numérica, geométrica, algebraica,...) de un mismo conocimiento y la importancia de la interacción entre dichas representaciones.

Hipótesis 4. Para muchos estudiantes resulta eficiente la siguiente organización de la actividad de enseñanza: el nuevo concepto matemático que debe ser enseñado aparece por vez primera como herramienta destinada a resolver un problema que se ha enunciado previamente. Después de la búsqueda de una solución, el nuevo concepto se transforma en objeto matemático mediante una institucionalización (explicitación por parte del profesor) y una familiarización (ejercicios destinados a reforzar el conocimiento adquirido).

Hipótesis 5. La contribución de los conflictos socio-cognitivos y la importancia de la meta cognición (conocimiento que las personas tienen sobre sus diversos tipos de conocimientos o acerca de la propia actividad cognitiva).

Hipótesis 6. Podría resultar beneficioso implicar a los estudiantes en su propio aprendizaje mediante la explicitación de reglas de control (que incluyen planificar, seleccionar metas y sub metas y monitorización durante el proceso de resolución de problemas) y también educación sobre epistemología (Shoenfeld).

Las hipótesis de Robert (1987) constituyen el primer fundamento en que se basan las estrategias de enseñanza que se han elaborado para llevar a cabo esta experiencia innovadora. El segundo fundamento lo constituye el modelo de ABP (Enseñanza Basada en Problemas). Barrows (1986) define el ABP como un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos. Como indican Pease y Kuhn (2011), desde su aparición en los años 60 del siglo XX, el ABP ha evolucionado hacia una diversidad de formulaciones que se han implementado en diferentes campos. Pero, a pesar de esta diversidad, existe acuerdo en que la característica fundamental del ABP es la contextualización del aprendizaje en un problema que se presenta a los estudiantes sin que estos hayan recibido previamente una preparación acerca del objeto concreto de estudio. Típicamente trabajando en pequeños grupos, los estudiantes identifican lo que deben aprender para resolver o para comprender mejor el problema, comparten ideas y proponen diversas soluciones.

SECRETARIA TÈCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

Se considera que las características fundamentales del ABP tienen su base teórica en la Psicología Cognitiva, concretamente en el constructivismo. Estas características son las siguientes (Barrows, 1986; Manzanares, 2008):

- (a) El aprendizaje está centrado en el alumno.
- (b) El aprendizaje se produce en pequeños grupos.
- (c) Los profesores son facilitadores o guías del proceso.
- (d) Los problemas son el foco de organización y estímulo para el aprendizaje.
- (e) Los problemas son un vehículo para el desarrollo de habilidades de resolución de problemas.
- (f) La nueva información se adquiere a través del aprendizaje autodirigido.

Se ha indicado en qué consiste el ABP y cuáles son sus elementos esenciales. Sin embargo, la cuestión que más nos interesa es el efecto que el ABP puede producir, esto es, por qué utilizar el ABP como estrategia de enseñanza. A este respecto, Manzanares (2008) indica que, lejos de un planteamiento que promueva el conocimiento receptivo, descontextualizado o exento de procesos meta cognitivos, el ABP promueve la utilización práctica del conocimiento y la toma de conciencia acerca de cómo se está aprendiendo (habilidades de auto-monitoreo). Barrel (1999) señala algunas razones, basadas en la investigación, que ponen en valor el ABP como estrategia de enseñanza y aprendizaje:

–El procesamiento de la información en los niveles superiores, el pensamiento crítico, las estrategias de búsqueda y la reflexión sobre la práctica, tal y como se da en la resolución de situaciones problemáticas, conducen a una comprensión más profunda.

–Algunas metas consideradas centrales de la educación son promovidas por el ABP: la retención, la comprensión y aplicación de la información, los conceptos, las ideas, los principios y las habilidades.

–Mediante experimentos controlados se ha contrastado que los estudiantes que utilizaron el ABP en clase obtuvieron tanta o más información que los estudiantes en clases

SECRETARIA TÈCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

tradicionales, pero mostraron un incremento significativo en el uso de estrategias para la resolución de problemas.

Por otra parte, el citado conjunto de características (a)-(f) del ABP es compatible y tiene múltiples conexiones con las citadas hipótesis de Robert (1987). Por ejemplo, el ABP busca la participación colaborativa del estudiante (características (a) y (b)), y las hipótesis 1 y 5 señalan el papel de la comunicación en el aprendizaje; el ABP establece el papel del profesor como facilitador (característica (c)), mientras que la hipótesis 2 implica al apoyo de un par o del profesor; el ABP focaliza el trabajo en problemas (características (d) y (e)), lo cual aparece explícitamente en las hipótesis 1, 4 y 6; el ABP propone la identificación por parte del estudiante de sus necesidades de aprendizaje (características (a) y (f)), mientras que la hipótesis 6 hace referencia a la meta cognición.

La Figura 1 muestra jerárquicamente los fundamentos de las estrategias de enseñanza elaboradas. Las seis hipótesis de Robert se han considerado pilar básico, mientras que el modelo ABP se adopta como una implementación factible, esto es, como concreción en actividades atendiendo a las condiciones reales de docencia: perfil de los estudiantes, amplitud del temario y recursos disponibles. El CRS se asume como instrumento con el que hacer fluir la comunicación en el aula a lo largo del proceso.



Figura 1

b.2) Implementación

Una clase típica de 50 minutos empleando el CRS se desarrolla del siguiente modo. Los primeros 3-7 minutos se utilizan en revisar la tarea no presencial previa a la clase que los estudiantes han realizado. Esta tarea consiste en un primer estudio en el libro de trabajo de Barragués et al. (2010) de los aspectos que se van a trabajar en clase, y en la

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

realización de ejercicios-tipo, que también constituye un objetivo de enseñanza. Los estudiantes deben responder mediante sus clickers de forma individual a 2-3 preguntas de elección múltiple, y obtienen una puntuación por responder correctamente. Tras cada pregunta se proporciona inmediato feedback a los estudiantes. Las preguntas formuladas en esta sección de la clase son generalmente sencillas, acerca de hechos matemáticos, definiciones o de aplicación de algoritmos. El ejemplo 1 muestra una pregunta de este tipo.

Ejemplo 1. (Estudio local de funciones) Considerar la función $y(x)$ cuya gráfica muestra la figura 2. El teorema de Lagrange aplicado a $y(x)$, $x \in [-2, 5]$ permite asegurar que existe al menos un punto $z \in (-2, 5)$ que verifica...

Respuestas: A: $y'(z) = 2.567$; B: $y'(z) = -6.43$ C (correcta): $y'(z) = -0.428$; D: $y'(z) = 1.371$

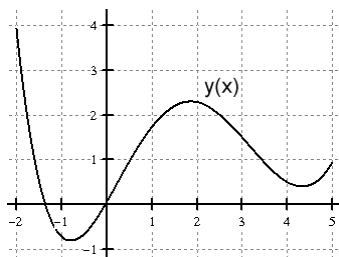


Figura 2

A lo largo de los siguientes 5-10 minutos de la clase el profesor repasa los aspectos que los estudiantes han estudiado previamente, señala sus relaciones con otros conceptos, las interpretaciones, las aplicaciones prácticas, etc. Los siguientes 25-35 minutos de la clase se dedican al trabajo con test conceptuales acerca de los aspectos que se están estudiando en la sesión. Los test conceptuales tienen como objetivo involucrar a los estudiantes en problemas que requieren la aplicación de conceptos clave, que ponen en tensión su grado de aprendizaje o que hacen necesario el estudio de nuevos conceptos. Los test conceptuales se han utilizado de diversas maneras. Por ejemplo, se puede pedir a cada estudiante que reflexione acerca de la situación presentada, que seleccione una respuesta de entre las propuestas y que esté dispuesto a justificar y defender tal respuesta. O bien, el profesor puede optar por una discusión en pequeño grupo de estudiantes y la posterior discusión en la clase completa. La distribución de respuestas de la clase, en forma de histograma, muestra al profesor si los estudiantes han comprendido la situación o bien si

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

es necesaria una nueva discusión o ejemplos adicionales. A diferencia de la práctica común en una enseñanza tradicional de formular preguntas informalmente a lo largo de la sesión, lo cual típicamente involucra solamente a unos pocos estudiantes motivados, ahora se utiliza un proceso estructurado de preguntas que requiere la participación de la totalidad de la clase.

Los ejemplos 2 y 3 son situaciones que han resultado eficientes para generar trabajo matemático y discusión en el aula, porque involucraron activamente a una gran parte de la clase y agotaron el tiempo previsto. En el ejemplo 2 los estudiantes votaron de forma mayoritaria por la respuesta correcta (80%, respuesta C). En el turno de intervenciones mostraron el argumento utilizado: “cuando $x \in (3,4)$, el valor de $f(x)$ oscila desde el valor $f(3)=6$ hasta el valor $f(4)=5$, por tanto $h(x)$ es decreciente”. Sin embargo, el profesor deseaba que se hicieran visibles los conceptos y resultados matemáticos relacionados, por lo cual propuso la búsqueda de una óptica de análisis más formal. Los estudiantes trabajaron empleando la regla de derivación de la función compuesta, determinaron los extremos de $h(x)$ e incluso trazaron aproximadamente la gráfica de $h(x)$. Así pues, una situación a la que se podía dar respuesta correcta en simples términos geométricos, sirvió para seguir construyendo el concepto abstracto de función como un proceso input-output (Dubinsky y Harel, 1992), para trabajar sobre diferentes niveles de concepción de las funciones mediante la discusión de los significados de $g(f(x))$ y $f(g(x))$ y para explorar conceptos y resultados matemáticos más avanzados (crecimiento, extremos, regla de la cadena).

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

Ejemplo 2. (Extremos, crecimiento, regla de la cadena) Considerar las funciones $f(x)$ y $g(x)$ que muestra la figura 3. Sea $h(x)=g(f(x))$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

Respuestas: A: $h(x)$ es creciente en $(1,2)$ B: $h(x)$ es decreciente en $(2,3)$ C (correcta): $h(x)$ es decreciente en $(3,4)$ D: $h(x)$ es decreciente en $(4,5)$.

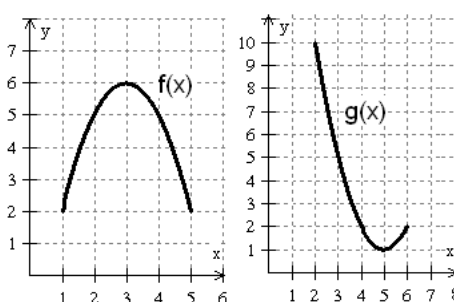


Figura 3

El problema del ejemplo 3 ilustra el modo en que en nuestro programa de actividades se hace visible una nueva necesidad de aprendizaje a la que hay que hacer frente. En un primer análisis, en la clase hay consenso absoluto, el 100% de los estudiantes asegura que la función representada en la figura 4(a) es continua en el punto $x=5$ (respuesta A). En definitiva, la gráfica muestra el prototipo de función continua que el profesor ha trazado sobre la pizarra en multitud de ocasiones. Pero seguidamente el profesor ejecuta el software de trazado de gráficas de funciones con el que se ha generado la curva, y amplía un pequeño fragmento en las cercanías del punto $x=5$, obteniendo la gráfica de la figura 4(b). La sorpresa en el aula se hace patente, al revelarse la discontinuidad de la función. ¿Cómo explicar la discrepancia, teniendo en cuenta que se trata de la misma función? Ese es el problema que la clase aborda a continuación. La idea a construir es que a partir de la gráfica de una función no puede deducirse su continuidad, puesto que no se dispone de la expresión analítica. Ahora bien, sí puede establecerse su continuidad como hipótesis plausible a partir de la información disponible, y este es el aspecto clave a identificar: la necesidad de analizar cualitativamente las situaciones y establecer hipótesis (suposiciones) fundamentadas en los datos disponibles.

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

Ejemplo 3. (Establecimiento de hipótesis) ¿Es continua en el punto $x=5$ la función cuya gráfica muestra la figura 4(a)?

Respuestas: A: La función es continua en $x=5$. B: La función no es continua en $x=5$. C: (correcta) Falta información.

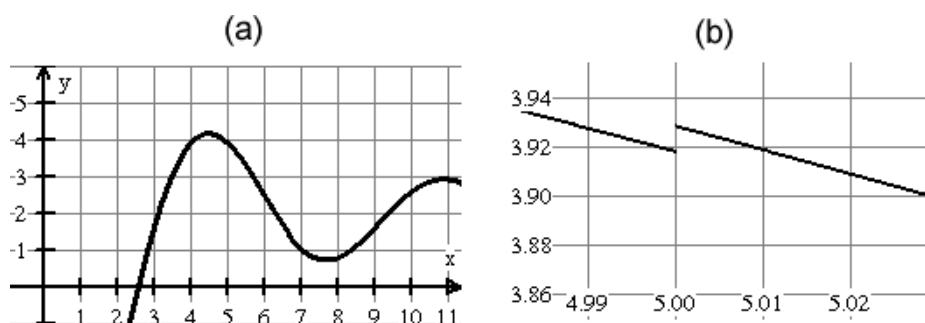


Figura 4.

Tras la sesión de trabajo con test conceptuales, el profesor dedica los minutos finales de la clase a presentar una situación problemática que justifica la introducción de los nuevos conceptos que serán objeto de estudio en la siguiente clase. A continuación explicita la tarea no presencial previa a la clase que los estudiantes deberán realizar. Esta tarea puede consistir en un estudio de contenido teórico, la realización de ejercicios u otras actividades.

Es necesario añadir algún dato acerca del material de estudio que se proporciona a los estudiantes para soportar su trabajo no presencial. Este material viene recogido en un libro de trabajo más un soporte interactivo en Moodle (Barragués et al., 2010), que constituyen un programa de actividades que pueden realizarse individualmente o en equipo, donde el marco teórico del Cálculo se construye avanzando en la resolución de situaciones problemáticas. Cada apartado comienza con el planteamiento de un problema que no puede resolverse mediante el marco teórico que se conoce hasta ese momento, de modo que se hace necesario ampliar dicho marco. Cada nuevo concepto no se presenta inicialmente de modo formal, sino que se reconstruye. Este proceso de reconstrucción consiste en lo siguiente: tomando como punto de partida el problema, se producen acercamientos sucesivos a un nivel intuitivo, conectando las nuevas ideas que van

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

apareciendo con las ideas matemáticas que han sido ya desarrolladas, para finalmente llegar a la conceptualización formal del nuevo concepto y a su utilización para resolver el problema que lo ha motivado. Antes de obtener la expresión formal del nuevo concepto, los estudiantes han realizado actividades destinadas a dotarlo de significado y a mostrar su utilidad.

A modo de ilustración, el ejemplo 4 muestra la situación problemática utilizada en nuestro programa de actividades para introducir la caracterización ϵ - δ de la continuidad de una función real de variable real (caracterización topológica). Como indica Sierpinski (1985), esta caracterización ϵ - δ puede resultar para los alumnos una formulación desconectada de la intuición física de continuidad si el punto de partida es su expresión formal, lo que Guershon y Trgalová (1996, p. 695) llaman “formalismo y rigor prematuros”. En este caso, difícilmente puede crearse lo que Vigotsky llama zona de desarrollo próximo, es decir, hay una gran distancia entre lo que el alumno sabe y lo que deseamos que sepa. Sin embargo, el trabajo en la situación problemática que hemos diseñado (ejemplo 4) pretende dotar de significado profundo a la concepción ϵ - δ de la continuidad, y en un contexto industrial capaz de interesar al estudiante.

En nuestras estrategias de enseñanza se ha buscado ampliar la experiencia matemática de los estudiantes orientándola desde su actual concepción deductiva y algebraica hacia una concepción inductiva y empírica (Balachef y Kaput, 1996), hacia el propio origen y construcción del conocimiento matemático, lo que Balachef y Kaput llaman “penetración epistemológica”. Y en este objetivo, las tareas a realizar con computador han sido pieza clave. Se ha utilizado el software Winplot (Parris, 2011), programa que incorpora la mayoría de las posibilidades numéricas y gráficas que se consideran útiles para explorar el concepto de función (Tall, 1986): objetos gráficos (gráficas de funciones en forma explícita, implícita, polar, paramétrica, tabular, sucesión, recursión, puntos, segmentos, etc.) y operaciones sobre tales objetos (reflexión, traslación, giro, zoom, derivación e integración numéricas, animación, etc.). De este modo se han diseñado micromundos matemáticos (microworlds) en el sentido que describe por ejemplo Thomsom (1987).

SECRETARIA TÈCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

Ejemplo 4. (Situación problemática utilizada para introducir la caracterización ϵ - δ de la continuidad)

Véase la figura 5. Supongamos que tenemos una máquina alimentada por una tensión V , a través de la cual circula cierta intensidad I . Regulando el valor de V , tendremos diferentes valores de I , es decir, $I=I(V)$. La tensión de trabajo es $V=350$ voltios, con una intensidad $I=12$ amperios. Sin embargo, el valor de V no siempre toma ese valor, sino que sufre pequeñas fluctuaciones. En un momento determinado, el valor real de V se encontrará dentro de cierto intervalo $(350-\delta, 350+\delta)$, donde $\epsilon>0$ es un número pequeño y desconocido. Nuestro problema es que una fluctuación de V conlleva una oscilación de la intensidad I , y eso puede ser perjudicial para nuestra máquina. De este modo, para $V \in (350-\delta, 350+\delta)$ se tendrá $I \in (12-\epsilon, 12+\epsilon)$, donde $\delta>0$ es un valor que depende de ϵ . Supongamos que la máquina sólo puede funcionar bien si la intensidad I se encuentra en el intervalo $12 \pm 10\% = (12-1.2, 12+1.2) = (10.8, 13.2)$. Es decir, se admite una oscilación hasta $\epsilon=1.2$ Amperios. Entonces, ¿qué oscilación de tensión V podremos admitir de modo que I se encuentre en el intervalo $(10.8, 13.2)$? ¿Y si la oscilación de I puede ser sólo de $12 \pm 5\%$? Es general, dada una oscilación ϵ alrededor de $I=12$, ¿Es seguro que podremos encontrar una oscilación δ alrededor de $V=350$ tal que si $V \in (350-\delta, 350+\delta)$ entonces $I \in (12-\epsilon, 12+\epsilon)$?

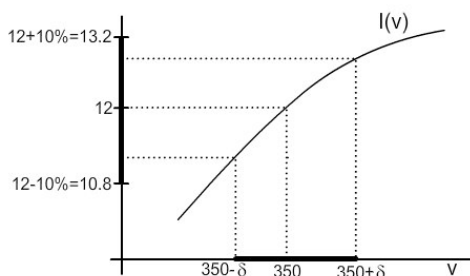


Figura 5

b.3) Evaluación de las estrategias de enseñanza ABP-CRS

En el estudio participaron 88 estudiantes como grupo experimental y 86 estudiantes como grupo de control, ambos grupos formados al azar. El grupo de control recibió una enseñanza universitaria convencional, en la que normalmente los estudiantes no tuvieron la oportunidad de participar activamente, limitándose a tomar notas de las explicaciones del profesor. Al evaluar la enseñanza experimental se deseaba recoger la percepción de los estudiantes del grupo experimental acerca de la enseñanza recibida y el modo en que el clicker había servido como elemento dinamizador del aula. Para ello se adaptó el cuestionario de opinión que Bode et al. (2009) han validado experimentalmente.

SECRETARIA TÈCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

Por otra parte, deseábamos encontrar alguna evidencia de mejora en el aprendizaje conceptual de los estudiantes del grupo experimental respecto a los del grupo de control. Para ello se optó por un diseño pretest/posttest escrito y obtener para ambos grupos de estudiantes el valor de la ganancia media normalizada, definida por $\langle g \rangle = (S_{\text{post}} - S_{\text{pre}}) / (100\% - S_{\text{pre}})$, donde S_{pre} es la puntuación (%) obtenida en el pretest y S_{post} la obtenida en el posttest (Crouch y Mazur, 2001). Véase en el anexo dos ejemplos de preguntas formuladas.

c) Resultados y conclusiones

La enseñanza diseñada genera valoración positiva en la mayoría de las cuestiones investigadas. En particular, los estudiantes han percibido claramente el papel que ha jugado el CRS para darles oportunidad de profundizar en los significados y para mostrarles sus errores. Los estudiantes valoran positivamente la enseñanza recibida al compararla con la tradicional, en aspectos clave como la mayor capacidad para recordar contenidos, el acceso a las ideas de los compañeros, la participación activa, tareas entretenidas y motivación. Los estudiantes también perciben que la enseñanza así planteada exige un mayor esfuerzo que con una enseñanza tradicional y una mayor responsabilidad sobre el propio aprendizaje.

Respecto a los resultados pretest/posttest, la ganancia media normalizada $\langle g \rangle$ obtenida por ambos grupos de estudiantes fue $\langle g \rangle = 0.15$ para el grupo de control y $\langle g \rangle = 0.48$ para el grupo experimental, lo cual arroja una diferencia significativa a favor del segundo.

Así pues, hay evidencias de que la metodología ABP-CRS descrita genera un clima de trabajo que es positivamente valorado por los estudiantes y que da lugar a un mayor aprendizaje. Esto nos anima a pensar que la metodología puede ir perfeccionándose para lograr resultados cada vez mejores en cuanto a actitudes de los estudiantes y adquisición de competencia tanto matemática como general en resolución de problemas. Precisamente contribuir a que los estudiantes adquieran esta competencia general en resolución de problemas ha sido el eje de la metodología, porque se trata de una habilidad a la que actualmente se concede gran importancia en la Educación Superior, para formar personas capaces de intervenir en los múltiples y dinámicos contextos en los que deberán desarrollar su vida profesional, social y personal.

SECRETARIA TÈCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

ANEXO. EJEMPLOS DE ÍTEMS DEL PRETEST/POSTEST

Ítem 1. Para la función $y(x)$ cuya gráfica muestra la figura 6, ¿Cual es el signo de la segunda derivada en los puntos $x=a$, $x=b$ y $x=c$?

Respuestas: A: +, 0, - B (correcta): -, 0, + C: -, 0, - D: +, 0, + E: -, +, - F: -, -, +

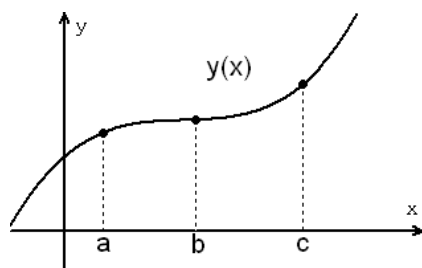


Figura 6

Ítem 2. La figura 7 muestra el gráfico de la posición de un móvil en cada instante. ¿En cuántos instantes la velocidad del móvil pasa de ser creciente a decreciente o viceversa?

Respuestas: A: en un instante B: en dos instantes C: (correcta) en tres instantes D: en cuatro instantes E: en ningún instante.

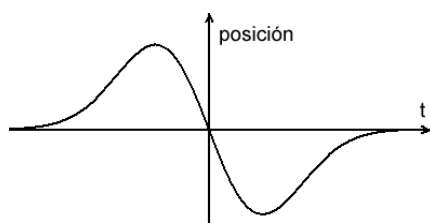


Figura 7

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

Anderson, R.D. y Loftsgaarden, D. (1987), A Special Calculus Survey: Preliminary Report, en Steen, L.A. (ed.), Calculus for a New Century: A Pump Not a filter, MAA Notes 8, Mathematical Association of America, Washington DC, pp. 215-216.

Artigue, M. (1995), La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos, en Gómez, P. (ed.) Ingeniería Didáctica en Educación Matemática, México, Grupo Editorial Iberoamericano, pp. 97-140.

Balacheff, N. y Kaput, J.J. (1996), Chapter 13: Computer-Based Learning Environments in Mathematics, en Bishop, A. J., Clements K., Keitel, C., Kilpatrick, J. y Laborde, C. (eds.), International Handbook of Mathematics Education, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, pp. 469-501.

Ball, D.L. (1993), With an eye on mathematical horizon: dilemmas of teaching elementary mathematics, The elementary School Journal, vol. 93, núm. 4, pp. 373-397.

Banks, D.A. (2009), Audience Response Systems in Higher Education, Hershey, PA, Information Science Publishing.

Barragués, J.I., Arrieta, I. y Manterola, J. (2010), Análisis Matemático con soporte interactivo en Moodle, Madrid, Pearson Educación.

Barrel, J. (1999), Aprendizaje basado en Problemas, un Enfoque Investigativo, Buenos Aires, Editorial Manantial.

Barrows, H. (1986), A Taxonomy of problem based learning methods, Medical Education, Vol. 20, pp. 481-486.

Bode, M., Drane, D., Kolikant, Y. y Schuller, M. (2009), A Clicker Approach to Teaching Calculus, Notices of the AMS, vol. 56, núm. 2, pp. 253-256.

Bruff, D. (2010), Classroom Response System ("Clickers") Bibliography, disponible en <http://www.vanderbilt.edu>, accedido en mayo de 2011.

Crouch, C.H. y Mazur, B. (2001), Peer Instruction: Ten years of experience and results, American Journal of Physics, vol. 69, pp. 970-977.

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

Dubinsky, E. y Harel, G. (1992), "The nature of the process conception of function", en Harel, G. y Dubinsky, E. (eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*, Washington, MAA Notes, 25, pp. 85-106

Deal, A. (2007), "Classroom Response Systems. A Teaching with Technology White Paper", Carnegie Mellon, disponible en <http://www.cmu.edu/teaching>, accedido en noviembre de 2011.

Guershon, H. y Trgalová, J. (1996), Higher Mathematics Education, en Bishop, A. J., Clements K., Keitel, C., Kilpatrick, J. y Laborde, C. (eds.), *International Handbook of Mathematics Education*, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, pp. 675-700.

Lampert, M. (2001), *Teaching problems and the problems of teaching*, New Heaven, GT, Yale University Press.

Loef, M., Kazemi, E. y Battey, D. (2007), Mathematics teaching and classroom practice, en Lester, F. K. (ed.), *Second Handbook of Mathematics Teaching and Learning*, Charlotte, NC, NCTM, pp. 225-256.

Manzanares, A. (2008), Sobre el Aprendizaje Basado en Problemas, en Escribano, A. y Del Valle, A. (eds.), *El Aprendizaje Basado en Problemas*, Madrid, Narcea, pp. 19-28.

Mazur, E. (1997), *Peer Instruction: A User's Manual*, NJ, Englewood Cliffs, Prentice Hall.

Moise, E.E. (1984), Mathematics, Computation and Psychic Intelligence, *Curriculum Review*, vol. 24 núm 1, pp. 73-75

National Council of Teachers of Mathematics (2000), *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA, NCTM.

National Research Council (1995), *National Standards for Science Education*, Whashington DC, National Academy Press.

Parris, R. (2011), Winplot, Disponible en <http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>, accedido en octubre de 2011.

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



LA UNIVERSIDAD: UNA INSTITUCIÓN DE LA SOCIEDAD

Pease, M. y Kuhn, D. (2011), Experimental Analysis of the Effective Components of Problem-Based Learning, Science Education, vol. 95, núm. 1, pp. 57–86.

Peterson, W. J. (1987), Calculus Reform: Catching the Wave?, Science News, vol. 132, núm. 20, p. 317.

Robert, A. (1987), De quelques spécificités de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement post-obligatoire, Cahier de Didactique des mathématiques, núm 7, IREM, Paris 7.

Rogalski, M. (1990), Quels étudiants, quels objectifs d'enseignement?, en Enseigner Autrement les Mathématiques en DEUG a Première année, Principes et Réalisations, Brochure de la Comisión Inter-IREM Université, pp. 4-8.

Sierpinska, A. (1985), Obstacles Épistémologiques Relatifs à la Notion de Limite, Recherches en didactique des Mathématiques, vol. 6, núm. 1, pp. 5-67

Spillane, J.P. y Zeuli, J.S. (1999), Reform and teaching: Exploring patterns of practice in the context of national and state mathematics reform, Educational Evaluation and Policy Analysis, vol. 21, pp. 1-27.

Tall, D. (2006), Chapter 8: Functions and Calculus, en Bishop, A. J., Clements, M. A., Keitel, C., Kilpatrick, J. y Laborde, C. (eds), International Handbook of Mathematics Education, Dordrecht, Kluwer academic Publishers, pp. 289-325.

Thompson, P.W. (1987), Mathematical Microworld and Intelligent Computer-Assisted Instruction, en Kearsley, G.R., (ed.), Artificial Intelligence and Instruction: Applications and Methods, New York, Addison-Wesley, pp. 83-109.

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2