



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

### DESARROLLO DE LA COMPETENCIA EN EL ANÁLISIS Y VALORACIÓN DE LA IDONEIDAD DE LAS MATEMÁTICAS ENSEÑADAS

- Font Moll, Vicenç

Universitat de Barcelona

Departament de Didàctica de les CCEE i la Matemàtica / Facultat de Formació del Professorat

Passeig de la Vall d'Hebrón, 171. 08035 Barcelona, España

[vfont@ub.edu](mailto:vfont@ub.edu)

- Ferreres Valls, Susana

Universitat de Barcelona

Departament de Didàctica de les CCEE i la Matemàtica / Facultat de Formació del Professorat

Passeig de la Vall d'Hebrón, 171. 08035 Barcelona, España

[susanaferreres@ub.edu](mailto:susanaferreres@ub.edu)

- Vanegas Muñoz, Yuly Marsela

Universitat de Barcelona

Departament de Didàctica de les CCEE i la Matemàtica / Facultat de Formació del Professorat

Passeig de la Vall d'Hebrón, 171. 08035 Barcelona, España

[ymvanegas@ub.edu](mailto:ymvanegas@ub.edu)

SECRETARIA TÈCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

- Rubio Goycochea, Norma

Pontificia Universidad Católica del Perú

Departamento de Ciencias – Sección Matemáticas

Calle El Lanzón 256 Urb. Zárata Lima-36. Perú

[nrubio@pucp.edu.pe](mailto:nrubio@pucp.edu.pe)

- Adan Gómez, Marta

Universitat de Barcelona

Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i la Matemàtica / Facultat de Formació del Professorat

Passeig de la Vall d'Hebrón, 171. 08035 Barcelona, España

[marta.adan@hotmail.com](mailto:marta.adan@hotmail.com)

- Carvajal Romero, Silvia

Universitat de Barcelona

Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i la Matemàtica / Facultat de Formació del Professorat

Passeig de la Vall d'Hebrón, 171. 08035 Barcelona, España

[silvitacr@gmail.com](mailto:silvitacr@gmail.com)

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2





## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

- 1. RESUMEN:** En esta comunicación se explica cómo se ha investigado el desarrollado de uno de los componentes de la macro competencia en análisis didáctico del futuro profesor de matemáticas (identificación de potenciales mejoras, con relación a la calidad de las matemáticas enseñadas, de un proceso de instrucción en nuevas implementaciones) en el Máster de Profesor de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona. El principal resultado es que se observa una evolución de los criterios usados para valorar la calidad de las matemáticas enseñadas que van desde el “no cometer errores” al de “representatividad”.
- 2. ABSTRACT:** This paper explains how one of the components of the broad competence in didactic analysis (identifying potential improvements to be implemented in future classes) was developed within the context of the University of Barcelona’s Pre-Service Master’s Training for Secondary School Mathematics Teachers during the academic years 2009-2010 and 2010-2011. The trainee teachers initially considered epistemic suitability in terms of a ‘lack of errors by teachers or in the text book’. Finally, they arrived at the criterion of ‘representativeness’.
- 3. PALABRAS CLAVE:** Educación matemàtica de profesores en formaci3n, competencia profesional, anàlisis didàctico / **KEYWORDS:** Mathematics education of pre-service teachers, professional competency, didactic analysis
- 4. ÀREA DE CONOCIMIENTO:** Ciencias Sociales y Jurídicas

SECRETARIA TÈCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

5. **ÁMBITO TEMÁTICO DEL CONGRESO:** Innovación en la enseñanza superior

6. **MODALIDAD DE PRESENTACIÓN:** Comunicación póster

7. **DESARROLLO:**

**a) Objetivos**

*La investigación sobre análisis didáctico*

Caracterizar el conocimiento matemático-didáctico del profesor necesario para la enseñanza es un tema de investigación relevante, entre otras razones porque hay conocimiento limitado sobre él (Silverman y Thompson, 2008). Dicho conocimiento se pone en funcionamiento en prácticas realizadas para resolver tareas profesionales. Por esta razón, en el área de la Educación Matemática se han realizado numerosas investigaciones (Mason, 2002; Fernandez y Yoshida, 2004; Gómez, 2006; Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005; Hill et al., 2008; Font, Planas y Godino, 2010; Pochulu y Font, 2011) para conocer la forma en que el conocimiento del contenido matemático de los profesores se hace evidente en sus clases. Se trata de investigaciones que, en mayor o menor medida han investigado aspectos relacionados con la competencia profesional del profesor para realizar análisis didácticos de procesos de instrucción. Entre ellas hay que destacar:

1) La metodología “*Lesson Study*” (Fernández y Yoshida, 2004). Con esta metodología se estudian las clases con la colaboración de otros maestros para planificar, observar y reflexionar sobre las lecciones.

2) La metodología “*Concept Study*” propuesto por Davis (2008). Se trata de una metodología en la que los investigadores se comprometen con la práctica de los

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

profesores en el examen y la elaboración de modelos sobre la comprensión matemática. El Estudio del Concepto combina elementos de dos enfoques relevantes en la investigación en educación matemática: “concept analysis” y “lesson study”. Los estudios enmarcados en el “concept analysis” están focalizados sobre la explicitación y explicación de las estructuras lógicas y las asociaciones que son inherentes a los conceptos matemáticos.

3) *Conocimiento matemático para una enseñanza de las matemáticas de calidad*. A partir de la noción de conocimiento matemático para la enseñanza (MKT), el grupo de Deborah Ball y colaboradores (Hill et al., 2008) se ha planteado cuáles son las características que ha de tener este conocimiento para conseguir una enseñanza de calidad. Han encontrado que, aunque hay una significativa, fuerte y positiva asociación entre determinados niveles de MKT y la calidad matemática de la instrucción, hay también un número importante de factores que mediatizan esta relación, facilitando o dificultando el uso del conocimiento del profesor en su práctica.

4) *The Knowledge Quartet*. Rowland y col. (2005) se interesan por conocer cómo el conocimiento del contenido matemático del profesor se hace evidente en sus clases, para ello analizan clases, grabadas en video, con el objetivo de caracterizar el conocimiento del profesor activado durante la instrucción. Proponen cuatro categorías de conocimiento: foundation, transformation, connection y contingency.

5) *Competencia “mirar con sentido”*: Algunas investigaciones sobre el desarrollo profesional del profesor subrayan la importancia de la competencia denominada “mirar con sentido” el pensamiento matemático de los estudiantes (Mason, 2002). Dicha competencia permite al profesor de matemáticas ver las situaciones de enseñanza



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

aprendizaje de las matemáticas de una manera profesional que lo diferencia de la manera de mirar de alguien que no es profesor de matemáticas. Esta competencia se puede caracterizar como un conjunto de tres destrezas interrelacionadas: identificar las estrategias usadas por los estudiantes, interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes y decidir cómo responder teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes.

6) *Competencia in “análisis didáctico”*. El enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007; Font, Planas y Godino, 2010 y Pochulu y Font, 2011) propone un modelo de análisis didáctico de procesos de instrucción que considera cinco niveles de análisis: 1) Análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas. 2) Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos. 3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas. 4) Identificación del sistema de normas y metanormas. 5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción. Este enfoque considera que los futuros profesores deben desarrollar una competencia que les permita realizar este tipo de análisis didáctico.

### *Hipótesis*

H1) La competencia profesional del futuro profesor que permite evaluar y desarrollar la competencia matemática se puede considerar compuesta por dos macro competencias que, a su vez, se pueden descomponer en otras: a) La competencia matemático-epistemológica y b) La competencia en análisis didáctico de procesos de instrucción matemática



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

H2) hay un núcleo de la competencia en análisis didáctico que entendemos como: *Diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora.* Y podemos encontrar criterios e indicios del desarrollo de esta competencia y de cómo se relaciona con las otras competencias profesionales del futuro profesor de matemáticas de secundaria (competencia digital, competencia en modelización, etc.).

### *Objetivos*

- 1) Diseñar e implementar ciclos formativos (CF) para el desarrollo de la competencia en análisis didáctico de procesos de instrucción con relación a la valoración de la idoneidad didáctica, en especial la idoneidad de las matemáticas enseñadas.
- 2) Investigar cómo se desarrollan la competencias del objetivo anterior en la implementación del ciclo formativo.

### **b) Descripción del trabajo**

Se trata de una investigación que tiene además un componente de desarrollo ya que se pretende, por un lado, proporcionar conocimiento detallado sobre el estado actual de la formación de futuros profesores de secundaria y la identificación de los factores condicionantes de la misma, y, por otro lado, se elaborarán recursos didácticos específicos para mejorar la formación de estos profesores.

La investigación es primordialmente cualitativa, puesto que estamos interesados primero en describir, sobre todo, el desarrollo de un aspecto parcial de la competencia en análisis



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

didáctico de los futuros profesores (analizar y valorar la calidad matemática de procesos de instrucción). Las muestras fueron intencionales. El experimento de enseñanza se desarrolló con futuros profesores de secundaria en el máster de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de Universitat de Barcelona durante los cursos 2010-2011 y 2011-2012.

El registro de la información fue la grabación en video de las clases impartidas, la documentación grabada en la plataforma moodle (powerspoints, lecturas, tareas y respuestas de los alumnos a las tareas, cuestionarios y respuestas de los alumnos a los cuestionarios) y material impreso.

El ciclo formativo tenía por objetivo el desarrollo de la competencia en análisis didáctico. A continuación comentamos brevemente la secuencia que se siguió en tres asignaturas del máster para contribuir al desarrollo de dicha competencia.

En la asignatura de Innovación e Investigación sobre su Propia Práctica se siguió la siguiente secuencia:

a) *Análisis de casos (sin teoría)*. Se propuso a los alumnos la lectura y análisis del episodio descrito en Font, Planas y Godino (2010), dicho análisis se debía realizar a partir de sus conocimientos previos sobre análisis didáctico. El proceso seguido fue el siguiente: 1) Lectura individual del contexto del problema y de la transcripción. 2) Formación de grupos de 3-4 personas. 3) Análisis didáctico del episodio de clase en grupo. 4) Elaboración de conclusiones. 5) Presentación a los otros grupos de las conclusiones.

b) *Emergencia de los niveles de análisis didáctico propuestos por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS)*. La puesta en común de

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2





## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

los análisis realizada por los diferentes grupos, completada con la técnica de “otras voces”, permitió observar como el gran grupo contemplaba los cinco niveles de análisis que siguen, aunque cada grupo sólo contempló alguno de ellos: 1) Análisis de las prácticas matemáticas. 2) Análisis de objetos y procesos matemáticos activados y emergentes de las prácticas matemáticas. 3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas y de conflictos semióticos. 4) Identificación del sistema de normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio (dimensión normativa). 5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio.

Los niveles de análisis 1-4 son herramientas para una didáctica descriptiva explicativa (para comprender) que permite responder a la pregunta ¿Qué está pasando (y por qué) aquí? El nivel de análisis 5 pretende ser una herramienta para una didáctica prescriptiva (para evaluar y para indicar el camino a seguir) que permite responder a la pregunta ¿Qué se debería hacer?

*c) Teoría (criterios de idoneidad).* De los cinco niveles anteriores en la asignatura de Innovación e Investigación sobre su Propia Práctica se focalizó la atención en el quinto, para ello se dieron elementos teóricos a los alumnos, en concreto se les explicó los criterios de idoneidad propuestos en el Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción y Cognición Matemática (EOS) mediante la lectura de algunas páginas del capítulo “Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato”, del libro “Matemáticas: Investigación, innovación y buenas prácticas” (Font y Godino, 2010). Dicho enfoque proponen los siguientes criterios de idoneidad: a) *Idoneidad epistémica*, se refiere a que las matemáticas enseñadas sean unas “buenas matemáticas”. Para ello, además de tomar como referencia el currículo prescrito, se trata de tomar como



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

referencia a las matemáticas institucionales que se han transpuesto en el currículo. b) *Idoneidad cognitiva*, expresa el grado en que los aprendizajes pretendidos/ implementados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los aprendizajes logrados a los pretendidos/implementados. c) *Idoneidad interaccional*, grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje. d) *Idoneidad mediacional*, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. e) *Idoneidad afectiva*, grado de implicación (interés, motivación) del alumnado en el proceso de estudio. g) *Idoneidad ecológica*, grado de adaptación del proceso de estudio al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social, etc.

*d) Análisis de episodios de clase videograbados utilizando los criterios de idoneidad.*

*e) Lectura y comentario de partes de algunos trabajos final de máster de cursos anteriores*, en los que los futuros profesores de cursos anteriores utilizaron los criterios de idoneidad para valorar la unidad didáctica que implementaron en el prácticum II

En las asignaturas *Prácticum II* y *Trabajo Final de Máster* los alumnos utilizaron los criterios de idoneidad para

*f) Diseñar y valorar su propia práctica*, en concreto la unidad que han diseñado e implementado en el Prácticum II.

En la asignatura *Trabajo Final de Máster* los alumnos

*g) Diseñaron una propuesta de mejora de la unidad didáctica implementada en el Prácticum II* que mejoraba algunos de los aspectos que la valoración realizada indicaba



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

que se debían y podían mejorar. Esta propuesta debía estar justificada en la literatura científica que ha investigado sobre los aspectos considerado problemáticos.

Nuestro objetivo era investigar durante la enseñanza de este ciclo formativo, sobre todo, cómo aparecían y se conectaban en los futuros profesores criterios sobre la calidad matemática (idoneidad epistémica) del tipo: “falta de errores del profesor o libro de texto”. “coherencia”, “resolver correctamente las dudas de los alumnos”, “representatividad” “cumplir el currículum”, etc.

### **c) Resultados**

En este apartado explicamos el análisis de los datos obtenidos en la implementación del ciclo formativo explicado en el apartado anterior. Por cuestiones de espacio solo mostraremos y analizaremos producciones de futuros profesores en los pasos inicial y final del ciclo formativo.

#### *Primer paso de la secuencia del ciclo formativo*

La sesión se inició proponiendo a los futuros profesores el análisis de un episodio sin explicación previa de elementos teóricos. El objetivo era conocer su competencia inicial en análisis didáctico de proceso de instrucción. En concreto, se les propuso la lectura y análisis de un episodio descrito en Font, Planas y Godino (2010) — en este episodio un grupo de tres alumnos de 15-16 años (Alicia, Emilio y Mateo) resuelven un problema contextualizado en una clase de cuarto de Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) durante diez minutos, además de los tres alumnos interviene el profesor del curso—. Es la



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

primera lección donde el profesor propone la dinámica de resolver un problema en pequeños grupos y llevar a cabo una puesta en común. El enunciado del problema (escrito en una hoja para cada grupo) menciona dos barrios de la ciudad, uno cercano a la escuela. En la Figura 1, por cuestiones de anonimato, sustituimos el nombre de los barrios por B1 y B2. El curso pasado, estos alumnos habían trabajado temas de proporcionalidad y de resolución de ecuaciones. Se supone, por tanto, que tenían los conocimientos y las habilidades matemáticas requeridas para resolver la tarea; disponían, además, de calculadoras. Reproducimos el enunciado del problema (figura 1) y una parte de la transcripción.

Aquí tienes la población y el área de dos barrios de Barcelona.

<i>Barrio 1 (B1)</i>	<i>Barrio 2 (B2)</i>
65.075 habitantes	190.030 habitantes
7 km <sup>2</sup>	5 km <sup>2</sup>

- (i) Discute en cuál de estos dos lugares se vive más espaciosamente.
- (ii) Encuentra cuánta gente debería trasladarse de un barrio a otro para que en ambos se viviera igual de espaciosamente.

Figura 1. Enunciado del problema

1	<i>A:</i> Este problema es de densidades porque los datos son sobre densidades.
2	<i>P:</i> De acuerdo. Decidle a Alicia que necesita explicarse mejor. [A Alicia] Sabemos que sabes mucho, pero...
3	<i>A:</i> En B1 [dice el nombre del barrio] la densidad es menor que en B2 [dice el nombre del barrio]. Eso es todo.
4	<i>P:</i> Emilio dice que no.
5	<i>E:</i> ¡Yo no lo entiendo! Hay algo que falta.
6	<i>P:</i> [A Emilio] ¿Cómo lo has resuelto?
7	<i>E:</i> Está claro que aquí [señala B2 en el papel] hay más personas y menos espacio. Yo he estado



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

<p>allí. Los pisos son muy pequeños.</p> <p>8 P: De acuerdo. Lo que tú dices está claro, pero entonces cómo respondes a la segunda pregunta.</p> <p>9 E: La segunda pregunta está mal.</p> <p>10 P: ¿Por qué?</p> <p>11 E: Yo no me mudaría solo, lo haría con toda mi familia.</p> <p>12 P: ¿A qué te refieres?</p> <p>13 E: Yo cambiaría la segunda pregunta.</p> <p>14 P: ¡No empieces de nuevo, Emilio! Tú sabes que los problemas son como son.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Tabla 1: Representación escrita de parte del discurso de la clase

Este primer análisis se debía realizar a partir de su experiencia previa. El proceso seguido fue el siguiente: a) Lectura individual del contexto del problema y de la transcripción, b) Formación de grupos de 3-4 personas, c) Análisis didáctico del episodio de clase en grupo, d) Elaboración de conclusiones, e) Presentación a los otros grupos de las conclusiones.

A continuación sigue, a modo de ejemplo, parte de la respuesta de uno de los grupos (curso 2010-2011). En los párrafos seleccionados se observa que los futuros profesores de este grupo tuvieron en cuenta en sus análisis didácticos iniciales tres aspectos diferentes:

a) Gestión de la interacción:

(...) Profesor: deja hablar a los alumnos retándoles a que expongan sus soluciones. Por otro lado, no indaga suficiente en las situaciones planteadas por Emilio y no aclara las dudas de Mateo);

b) Procesos matemáticos:



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

(...) Emilio: no asume la competencia matemática, es decir no es capaz de relacionar la realidad con la matemática. Pese a que participa e intenta aportar su versión del problema no sabe modelizar este caso real en forma matemática.

c) Valoración:

(...) Dada la situación, el profesor debería adoptar un papel más activo en el grupo y debería actuar para que Alicia, que es la que tiene un mejor nivel, asuma el rol de tutor en el grupo dejando aportar ideas a sus compañeros y explicándoles su solución).

Otros grupos centraron su atención en el hecho de que en el episodio de clase analizado el profesor realizaba un proceso de institucionalización de la resolución de un problema; otros fijaron su atención en algunos objetos matemáticos (proporcionalidad, ecuaciones, etc.) presentes, según ellos, en la transcripción. La mayoría expresó apreciaciones negativas en torno a la práctica profesional del profesor del episodio. Para argumentarlas, mencionaron, entre otros aspectos, el hecho de que el profesor no había gestionado bien algunas intervenciones de los alumnos o bien que había creado un clima emocional desfavorable para dos de ellos. También sugirieron cómo tendría que haber actuado el profesor del episodio.

### *Último paso de la secuencia del ciclo formativo*

A continuación sigue, a modo de ejemplo, parte de la memoria del Trabajo Final de Máster de dos alumnos del curso 2009-2010 en el que justifica la falta (o no) de la idoneidad epistémica de su unidad didáctica, que diseñó e implementó en su periodo de prácticas, en términos de falta (o no) de representatividad

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

El primer alumno reflexiona sobre la falta de representatividad de los significados parciales de pendiente que utilizó para enseñar las funciones de proporcionalidad directa y las afines. En cambio la segunda alumna justifica la representatividad de la colección de problemas que propuso a sus alumnos para estudiar la media aritmética.

Alumno 1:

(...) He iniciado la unidad con problemas contextualizados introductorios que permiten que el concepto de función se generalice a partir de diferentes situaciones en las que hay una relación entre magnitudes. Tal como muestra el análisis histórico de la emergencia del concepto de función se trata de una buena manera de introducir las funciones.

Se han introducido cuatro formas de representación de las funciones (enunciado, tabla, gráfica y fórmula) y se han propuesto actividades cuyo objetivo es la traducción dentro del mismo tipo de representación y la conversión entre diferentes formas de representación, lo cual potencia y enriquece la comprensión. Se ha utilizado un lenguaje matemático adecuado y con enunciados claros y concisos.

Mi conclusión con relación al primer bloque de contenidos es que la forma de introducir las funciones no se debe modificar sustancialmente.

Con relación al segundo bloque (la función de primer grado), vistos los resultados del aprendizaje de los alumnos, posiblemente me he confiado al pensar que se trata de un tema que no presentaba grandes dificultades para los alumnos. Después de (1) reflexionar sobre las dificultades de los alumnos, (2) comentar el tema con los tutores y (3) realizar una mínima búsqueda bibliográfica, que me ha permitido conocer los diferentes sentidos



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

de la pendiente, pienso que las actividades propuestas no daban cuenta de la complejidad del concepto pendiente.

Mi conclusión con relación al segundo bloque de contenidos es que la forma de introducir la pendiente se debe mejorar ya que no he tenido en cuenta los diferentes sentidos que tiene este concepto, o no los he trabajado con la suficiente profundidad.

(...) La nueva secuencia de tareas que propongo es igual a la anterior hasta la actividad 7bis. En las actividades 7 y 7bis se presenta un problema contextualizado de proporcionalidad directa en el que de manera implícita aparecen, sobre todo dos sentidos diferentes del concepto de pendiente (inclinación de la recta, número que multiplica a la  $x$  en la fórmula). El significado concreto que tiene la pendiente en estos dos problemas es el precio por hora de una moto acuática.

A continuación propongo una actividad experimental con el fin de ver un caso real de relación de proporcionalidad directa entre magnitudes (Actividad B1). Esta actividad pretende aumentar la motivación de los alumnos, aunque soy consciente que les será difícil encontrar la fórmula porque las longitudes no serán exactas (les ayudaré a encontrar la regularidad). Con esta actividad se trabaja, sobre todo un sentido del concepto de pendiente (número que multiplica a la  $x$  en la fórmula). El significado concreto que tiene la pendiente es el aumento de longitud del muelle por unidad de peso.

Hasta este momento los alumnos han trabajado sobre todo el sentido algebraico del pendiente de manera implícita (la pendiente como número que multiplica a la  $x$ ). Las siguientes actividades tienen por objetivo profundizar en el sentido de la pendiente como el número que determina la inclinación de la recta e institucionalizar por primera vez el término pendiente. Se propone utilizar un applet que permite variar el valor de la

SECRETARIA TÈCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2





## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

pendiente y ver el efecto que dicho cambio produce en la inclinación de la recta. También permite profundizar en el significado algebraico de la pendiente ya que permite variar un punto de la recta y observar como la ordenada es igual al producto de la pendiente por la abscisa. También permite conectar los dos sentidos (algebraico y geométrico de la pendiente).

Alumno 2:

(...) para tratar el concepto de media aritmética primero se presentó una situación contextualizada en la que se utilizaba este concepto para resolver el problema planteado. Se hizo mediante la proyección de un capítulo de la serie “Àlia” (<http://www.phobos.xtec.cat/creamat>). Luego para seguir trabajando este concepto matemático, se estudiaron cinco tipos de problemas:

P1. Unos niños llevan a clase caramelos. Andrés lleva 5, María 8, José 6, Carmen 1 y Daniel no lleva ninguno. ¿Cómo repartir los caramelos de forma equitativa?

P2. Un objeto pequeño se pesa con un mismo instrumento por ocho estudiantes de una clase, obteniéndose los siguientes valores en gramos: 6'2, 6'0, 6'0, 6'3, 6'1, 6'23, 6'15, 6'2 ¿Cuál sería la mejor estimación del peso real del objeto?

P3: Al medir la altura en cm. que pueden saltar un grupo de escolares, antes y después de haber efectuado un cierto entrenamiento deportivo, se obtuvieron los valores siguientes. ¿Piensas que el entrenamiento es efectivo?

	Altura saltada en cm.									
Alumno	Ana	Bea	Carol	Diana	Elena	Fanny	Gia	Hilda	Ines	Juana
Antes del entrenamiento	115	112	107	119	115	138	126	105	104	115

SECRETARIA TÈCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

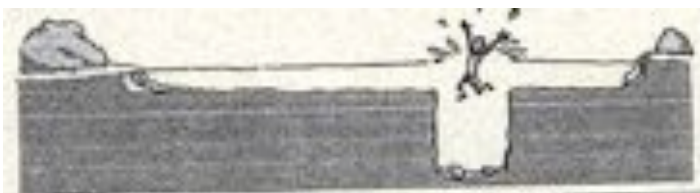
Después del entrenamiento 128 115 106 128 122 145 132 109 102 117

P4: La altura media de los alumnos de un colegio es 1'40. Si extraemos una muestra aleatoria de 5 estudiantes y resulta que la altura de los 4 primeros es de 1'38, 1'42, 1'60, 1'40. ¿Cuál sería la altura más probable del quinto estudiante?

P5: Hay 10 personas en un ascensor, 4 mujeres y 6 hombres. El peso medio de las mujeres es de 60 kilos y el de los hombres de 80. ¿Cuál es el peso medio de las 10 personas del ascensor?

Para reforzar, se planteó un sexto tipo de problema más gráfico:

P6: ¿Es posible ahogarse en un estanque que tiene una profundidad media de 40 cm? Razona la respuesta.



Se trata de una muestra representativa de los tipos de problemas que se pueden solucionar con el concepto media aritmética.

### d) Conclusiones

La evaluación inicial diagnóstica sobre la competencia de análisis didáctico de los futuros profesores nos ha permitido concluir que estos utilizan algunos de los cinco niveles de análisis didáctico propuestos por el EOS. Además la puesta en común de los análisis realizada por los diferentes grupos de alumnos permite observar como el gran grupo ha



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

contemplado estos cinco niveles de análisis, aunque cada grupo sólo ha contemplado alguno de ellos.

Con relación a la valoración de procesos de instrucción identificamos una mayor profundidad en el análisis y valoración de la práctica *propia* en relación al análisis y valoración de la práctica *ajena*.

Los criterios de idoneidad han resultado una herramienta útil para organizar la reflexión sobre su propia práctica, aunque se han tenido poco en cuenta en la primera fase de planificación. Dicho de otra manera, los alumnos no fueron conscientes de su potencia como herramienta a priori para diseñar una secuencia didáctica. En su planificación de la secuencia didáctica que tuvieron que implementar no los consideraron como criterios que indican cómo se deben de hacer las cosas. En cambio les fueron muy útiles para organizar la reflexión sobre su práctica una vez realizada. Volvieron a ser muy útiles cuando los futuros profesores tuvieron que justificar una secuencia didáctica que mejoraría la implementación realizada en su período de prácticas.

Por cuestiones de espacio no especificaremos la problemática relacionada con cada uno de los criterios de idoneidad, nos limitaremos a comentar brevemente el caso del criterio epistémico. Los futuros profesores inicialmente consideraban la idoneidad epistémica como “la falta de errores del profesor o libro de texto”. Después surgió el criterio “coherencia”, por ejemplo este criterio no se podía aplicar a un profesor que definía la mediatriz como la perpendicular que pasa por el punto medio del segmento y a continuación explicaba un procedimiento de construcción de la mediatriz en el que se utilizaba que la mediatriz era el lugar geométrico de los puntos que están a igual distancia de los extremos del segmento. Por último, fue apareciendo el criterio “representatividad”,

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

en el sentido de que la secuencia didáctica debía ser, dentro de lo posible, representativa de la complejidad del objeto matemático que se quería explicar.

### 8. AGRADECIMIENTOS

Trabajo realizado en el marco de los siguientes proyectos: 1) “Evaluación y desarrollo de competencias profesionales en matemáticas y su didáctica en la formación inicial de profesores de secundaria/bachillerato”, EDU2009- 08120, Ministerio de Ciencia e Innovación, España; 2) “Una perspectiva competencial sobre el Master de Formación de Profesor de Secundaria de Matemáticas”, REDICE-10-1001-13, Institut de Ciències de l’Educació (ICE) de la Universitat de Barcelona. Por otra parte, esta investigación también ha sido posible mediante la ayuda del ARCE (Agrupació de Recerca en Ciències de l’Educació) 2011 y de la ayuda dada por el Comissionat per a Universitats i Recerca del DIUE de la Generalitat de Catalunya al grup de recerca consolidat 2009 SGR 485 “Grup de recerca ensenyament i aprenentatge virtual”.

### 9. REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

Davis, B. (2008). Is 1 a prime number? Developing teacher knowledge through concept study. *Mathematics Teaching in the Middle School* (NCTM), 14(2), 86-91.

Fernandez, C. y Yoshida, M. (2004) *Lesson study: a Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Font, V. y Godino, J. D. (2011). Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato, en J. M.. Goñi (ed.), *MATEMÁTICAS: Investigación, innovación y buenas prácticas* Barcelona: Graó y Ministerio de Educación, (pp. 9-55).

SECRETARIA TÈCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2



## LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

Font, V., Planas, N. y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.

Gómez, P. (2006). Análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. En Bolea, María Pilar; Moreno, Mar; González, María José (Eds.), *Investigación en educación matemática: actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 15-35). Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses.

Hill, H. C., Ball, D. L. y Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge-Falmer.

Pochulu, M. y Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, 14 (3), 361-394.

Silverman, J. y Thompson, P. (2008). Toward a framework for the development of mathematical knowledge for teaching. *Journal of mathematics teacher education*, 11(6), 499-511

Rowland, T., Huckstep, P. y Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education* 8(3), 255-281.

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2





# LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

---

SECRETARIA TÉCNICA

VII CIDUI

ISBN 978-84-695-4073-2

