



LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

LA PROGRAMACIÓ DE SIMULACIONS COM A EINA DOCENT PER ALS ESTUDIANTS DE FÍSICA

- Carnicer, Artur

Universitat de Barcelona

Departament de Física Aplicada i Òptica. Facultat de Física

Martí i Franquès 1, 5a planta. 08028 Barcelona

artur.carnicer@ub.edu

- Bosch, Salvador

Universitat de Barcelona

Departament de Física Aplicada i Òptica. Facultat de Física

Martí i Franquès 1, 5a planta. 08028 Barcelona

sbosch@ub.edu

- Sieiro, Javier

Universitat de Barcelona

Departament d'Electrònica. Facultat de Física

Martí i Franquès 1, 2a planta. 08028 Barcelona

javier.sieiro@el.ub.es

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

1. RESUM:

Des de fa uns anys, els programes de simulació interactiva estan sent utilitzats com a eines d'ensenyament complementària en l'ensenyament de la Física. La capacitat de modificar el valor de les variables que intervenen, ens permet analitzar el comportament d'un sistema. Això fa de les simulacions un recurs poderós per promoure l'aprenentatge i la comprensió dels fenòmens físics. En general, aquests programes han estat dissenyats i desenvolupats per professors o estudiants de postgrau. Recentment, l'ús generalitzat de llenguatges de programació d'alt nivell dissenyat específicament per al càlcul científic i tècnic ofereix als estudiants una eina poderosa per crear fàcilment les seves pròpies simulacions. En aquest treball es presenta el disseny d'un curs de Física avançada per a estudiants de tercer any de Física Aplicada utilitzant la metodologia d'aprenentatge basat en problemes..

2. ABSTRACT:

For years, interactive simulation programs are being used as supplementary teaching tools in Physics education. The capability of modifying the value of the variables involved allows us to analyze the behavior of a system. This makes simulations a powerful resource to promote learning and understanding of physical phenomena. Usually, these programs have been designed and developed by faculty or graduate students. Recently, the widespread use of high-level programming languages specifically designed for scientific and technical calculations provides the students with a powerful tool to easily create their own simulations. In this paper we present the design of an advanced physics course for third-year students of Applied Physics using the problem-based learning methodology.

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

3. **PARAULES CLAU:** Educació en Física, Programació, Simulació

KEYWORDS: Physics Education, Programming, Simulations

4. **ÀREA DE CONEIXEMENT:** Ciències Experimentals i de la Salut / Enginyeries i Arquitectura

5. **ÀMBIT TEMÀTIC DEL CONGRÉS:** L'aprenentatge autònom de l'alumne.

6. **MODALITAT DE PRESENTACIÓ:** Comunicació electrònica

7. DESENVOLUPAMENT

7.1. Context i objectiu

A mitjans de la dècada dels 90, l'aparició i la generalització de l'ús dels navegadors d'Internet i del llenguatge de programació Java va permetre desenvolupar programes que s'executaven en el propi navegador. Pel que fa referència a l'ensenyament de la Física, aquests dos fets van afavorir la generació de materials en línia (apunts, cursos) que permetien incloure, a més d'il·lustracions (imatges, gràfiques), programes interactius per simular el comportament dels fenòmens físics descrits per les equacions que s'explicaven en el text. Un dels primers exemples de curs de Física General recolzat en simulacions interactives es pot trobar a la referència [1]. De seguida es va realitzar una anàlisi de tipus pedagògic sobre la conveniència d'utilitzar aquests recursos [2].

En molt poc temps es van desenvolupar una quantitat ingent de materials docents, alguns d'ells de gran qualitat [3]. Per exemple a la pàgina web del repositori de materials docents MERLOT [4], el lector interessat pot trobar 2071 entrades en l'àmbit de l'ensenyament superior de la

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

Física. D'aquestes, 871 són simulacions numèriques (un 42%). Aquests números mostren l'enorme importància que es dona en l'aprenentatge de la Física a aquests tipus de recursos. Com es natural, un gran nombre de les simulacions aborden problemes propis dels cursos de Física general: Mecànica, Electromagnetisme, Física Quàntica elemental, etc. No obstant és força difícil trobar simulacions interactives que analitzin temes més específics com en [5].

El desenvolupament de programes Java per a la docència de la Física ha anat habitualment a càrrec del treball voluntariós de professors, investigadors postdoctorals, estudiants graduats, etc. El cost necessari per poder crear una bona simulació és molt alt i cal tenir en consideració els següents aspectes: (i) el professorat s'ha format en un àmbit per al que normalment no està preparat (programació), (ii) no només s'ha d'implementar la física d'un problema, la presentació del programa ha de resultar atractiva, (iii) els temps de càlcul han de ser assumibles: no és acceptable que un programa necessiti minuts per respondre a una interacció de l'estudiant, etc. Això fa que en el disseny de programes d'aquest estil s'hagin de tenir present aspectes professionals de programació que fan feixuga la tasca dels docents que s'animen a intentar-ho.

Darrerament el mètode de programació en l'àmbit científic ha canviat molt. La comunitat científica que treballa en Física ha utilitzat tradicionalment (i ho segueix fent) el FORTRAN com a llenguatge per fer manipulacions numèriques. En menor mesura el C i darrerament el Java o el Python també s'han utilitzat força. No obstant, la generalització en l'àmbit tècnic de llenguatges com el MATLAB [6], o els seus clons lliures Octave [7] i Scilab [8], poden suposar un canvi en la manera d'entendre la utilització dels ordinadors en l'ensenyament de la Física. Els programes generats en MATLAB i els seus derivats són extremadament sintètics i senzills. D'altra banda, el

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI



LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

temps necessari per aprendre a programar en MATLAB és molt inferior quan es compara amb FORTRAN o C i infinitament menor si es compara amb Java.

Un altre aspecte a tenir en compte és la presència de l'assignatura de programació al primer semestre del grau de Física de la Universitat de Barcelona: els estudiants adquireixen rudiments de programació des del començament dels seus estudis superiors. Malgrat que el llenguatge d'implementació que s'ensenyava no té perquè ser MATLAB, el coneixement de qualsevol altre llenguatge assegura una ràpida assimilació dels aspectes bàsics de programació en MATLAB.

Com s'ha comentat, la utilització de simulacions desenvolupades per un altre és i ha estat un gran element d'aprenentatge. No obstant, ara professors i alumnes poden accedir a eines de programació extraordinàriament potents i senzilles que els permeten resoldre problemes numèricament complexos i dissenyar les seves pròpies simulacions de forma relativament senzilla. Ser capaç de programar un problema suposa entendre completament tots els aspectes que hi intervenen, i això afegeix un plus a l'aprenentatge i la compressió de la matèria d'estudi. De fet, en utilitzar MATLAB o els seus derivats, alumnes i professors poden focalitzar la seva atenció en la resolució del problema, ja que la programació es realitza de forma relativament semblant a la forma en que es descriu la matemàtica del problema.

En aquesta comunicació presentem la experiència d'impartir un curs de resolució de problemes de Física avançada mitjançant programació. Aquest curs està destinat a alumnes de tercer any de la menció de Física Aplicada del grau de Física de la Universitat de Barcelona. El marc de l'experiència correspon a l'assignatura *Eines Informàtiques*. Aquesta té 6 ECTS i és obligatòria pels alumnes de la menció. Durant el curs 2011-2012 s'han fet les dues primeres edicions d'aquesta matèria, una al semestre de tardor i la segona al de primavera. El nombre d'alumnes en

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

el grup de tardor ha estat de 14. Aquest és un numero baix i s'espera que s'incrementi en el futur. Aquest possible biaix pot venir donat pel fet que es tracta de la primera cohort d'alumnes del nou grau. La matèria es qualifica mitjançant l'avaluació continuada dels projectes. A final de curs els alumnes han de realitzar un examen pràctic consistent en solucionar un problema original de dificultat similar als proposats durant el curs.

L'assignatura se centra en la resolució d'un conjunt de quatre o cinc problemes que cobreixen diversos àmbits de Física Aplicada. Es focalitza sobre la metodologia de resolució intentant defugir els aspectes purament formals i/o informàtics. La metodologia emprada a l'aula és completament activa. L'estil de docència magistral queda reduït gairebé al mínim i la pràctica totalitat del temps es destina al desenvolupament del codi per resoldre el problema. El paper del professor consisteix principalment en actuar com catalitzador i guia.

Per tal d'assegurar un coneixement suficient de MATLAB, les primeres quatre setmanes s'han destinat a donar a conèixer i/o revisar les tècniques de programació en aquest llenguatge. Aquest curs els problemes abordats així com les tècniques numèriques que s'han utilitzat han estat el següents:

1. Disseny de filtres interferencials, tecnologia de multicapes: calcul matricial
2. Equalització de senyals d'àudio: transformades de Fourier
3. Propagació de feixos gaussians paraxials. Transformades de Fourier en dues dimensions.
4. Integració de les equacions de Kramer-Kronig, que relacionen les parts reals i imaginària de la permeabilitat dielèctrica: integració numèrica

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

5. Estudi del pèndol caòtic: integració d'equacions diferencials
6. Conducció de calor. Resolució de l'equació de Poisson pel mètode dels elements finits.
7. Optimització del disseny d'un sistema òptic: tècniques d'optimització pel mètode *symplex*

Com es veu, s'ha defugit de l'estructura típica d'un curs de mètodes numèrics convencional o de programació. Es pretén donar unes bones bases per aprendre a resoldre problemes utilitzant programació, emfatitzant més sobre els aspectes metodològics. Entenem que amb la formació rebuda, els estudiants han desenvolupat recursos suficients per abordar amb èxit altres problemes que incorporin aspectes computacionals no considerats en aquest curs.

A continuació es presenten dues de les experiències desenvolupades pels alumnes: (i) la propagació de feixos gaussians (tema 3) i (ii) la conducció de calor (tema 6).

7.2. Conducció de calor. Resolució de l'equació de Poisson pel mètode dels elements finits

A les assignatures prèvies de Mètodes Matemàtics per a la Física I i II, els alumnes han treballat la resolució analítica d'equacions diferencials en derivades parcials que descriuen els fenòmens a diferents camps de la Física. Tant les tècniques estudiades com la interpretació de les solucions que es troben són fonamentals per a un físic. D'entre aquestes, la més popular és la de separació de variables la qual requereix una alta simetria a l'especificació del problema, tant pel que fa a la geometria com a les propietats físiques i de contorn. Això es tradueix a que només són tractables problemes de tipus *acadèmic* que segueixen un patró determinat: geometries cartesianes, esfèriques, cilíndriques; materials homogenis i isotròpics; condicions de contorn naturals. L'alumne, després de l'esforç intel·lectual que representa aquest tipus d'assignatures, pot tenir la

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

sensació que aquests mètodes matemàtics són ben lluny de la realitat que l'envolta i no percep la Física com quelcom que es pot aplicar en un entorn de producció més aplicat.

Tenint com a referència aquesta situació i donada la suficient maduresa matemàtica per part dels alumnes, l'objectiu és mostrar-los que totes aquelles tècniques prèvies són la base per a construir, sense un esforç addicional gaire important, algorismes de computació numèrica eficients. Així doncs, prenent com a fil conductor d'aquesta activitat una de les equacions més estudiades i presents en les diferents matèries de la Física, l'equació de Poisson, s'encoratja a l'alumne a que desenvolupi un programari de tipus genèric que li permeti abordar problemes complexes. És aquí quan l'alumne *experimenta*, per primer cop, que pot ser capaç de tractar la solució de situacions pràctiques com poden ser la barreja de condicions de contorn i l'ús de medis heterogenis.

La metodologia docent seguida en aquesta activitat combina tres tècniques diferents i que succeeixen, cronològicament, en el següent ordre: i) classe teòrico-pràctica, a on es fonamenta les raons del mètode numèric; ii) pràctiques de laboratori a les quals l'alumne desenvolupa el seu programari de forma semi-guiada; iii) aprenentatge basat en projectes, de caràcter autònom, es presenten diferents problemàtiques pràctiques que han de resoldre amb el programari desenvolupat prèviament.

Pel que fa a les classes teòric-pràctiques, l'objectiu és que l'alumne entengui i sigui capaç de reproduir, fent servir un context diferent, el procés de transformació d'una equació diferencial en derivades parcials cap a un conjunt d'equacions algebraiques que poden ser implementades en forma d'algorisme. El mètode triat per a fer-ho és el dels elements finits [9]. Si bé es podria haver escollit qualssevol altre (e. g. diferències finites, mètodes dels moments, volums finits, contorn

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

finit, ...), l'extensió d'aquest dins l'entorn de disseny i producció industrial és raó suficient, a més a més d'existir una àmplia bibliografia sobre el tema. S'ha intentat reduir al màxim el número d'hores dedicades a aquest tema. Per aquest motiu, l'estudi se centra sobre problemes que poden reduir-se a una descripció d'una única dimensió. Malgrat que pugui semblar que això fa que els problemes siguin senzills, l'alumne és molt conscient que encara resta tota la complexitat relacionada amb l'ús de medis heterogenis i barreja de condicions de contorn. És més, s'insisteix constantment en aquest punt fent referències explícites a problemes que ja s'han trobat anteriorment en altres assignatures. També, s'apunta, de forma somera, com es pot realitzar l'estudi cap a sistemes bi/tri-dimensionals. El número total d'hores lectives dedicades a les classes teòrico-pràctiques és de cinc, incloent la descripció de com haurà de dissenyar-se el programari. És important que aquest número no sigui més gran, doncs permet que en una única setmana l'alumne ja estigui en disposició de començar la tasca de desenvolupament.

Un cop finalitzat l'exposició teòrica, l'alumne passa a desenvolupar el seu programari. Si bé es podria haver planificat com a treball autònom, això és contraproductiu quan l'objectiu a assolir és la resolució de problemes de caràcter complex i pràctics. Tampoc es vol que sigui una transcripció literal d'un pseudo-codi escrit en llenguatge planer de tots i cadascun dels passos de l'algorisme. Per tant, el que es fa es donar les pautes per a fer la codificació. Es marca quina ha de ser la modularitat, és a dir, quin és el conjunt de subrutines i quina és l'estructura bàsica del programa principal. Per exemple, per a la resolució de l'equació de Poisson per a problemes de conducció de la calor, es fa servir el següent esquema sobre els mòduls o funcions que ha de contenir el seu programari:

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

- Entrada de dades. Feu una funció que llegeixi d'un fitxer, la descripció del problema a on ha de constar:
 - El domini geomètric de cada material que constitueix la barra i el número d'elements que es farà servir a cada domini.
 - La conductivitat tèrmica de cadascun dels materials associats.
 - El coeficient de convecció associat.
 - La definició de la font de calor del camp .
 - Les condicions de contorn als punts frontera de la barra.
- *Formació de taules.* Genereu la taula de nodes, a on consti la posició en coordenades global de cada node, i la taula d'elements. En aquesta última, ha de constar la numeració dels nodes que constitueixen l'element, la seva longitud, la conductivitat tèrmica associada a aquest subdomini, el coeficient de convecció i el valor de la font de calor. Per a això últim, avalueu la font de calor a la regió d'interès.
- *Formació del sistema d'equacions algebraiques.* Per a cada element de la llista, avalueu la seva matriu de rigidesa i transferiu el valor a la matriu global del sistema. Calculeu la projecció de la font del camp a cadascuna de les funcions de forma i guardeu el seu valor en un vector, que anomenarem vector de forces. Afegiu a aquest últim vector les condicions de contorn sobre el flux. Reduïu el sistema d'equacions d'acord amb les condicions de contorn prescrites per temperatura: elimineu la filera associada del node corresponent i passeu la seva columna cap al vector de forces de forma adient.
- *Resolució de la matriu del sistema.* Ajut: estudeu la funció 'pinv'.
- *Representació de la solució.* S'ha de fer una funció que permeti fer tant una gràfica de la distribució de la temperatura al llarg de la barra com la distribució del flux calorífic.

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

S'observa que aquest conjunt de pautes marquen especificacions del que ha de fer el programari, tot indicant el grau d'avanç aconseguit per l'alumne en el seu desenvolupament. Mercès a que el número d'alumnes per sessió és òptim (no hauria de passar de 20 si només es disposa d'un únic docent), el seguiment de l'activitat es pot supervisar de forma eficient. Es deixa que els alumnes explorin diferents alternatives per a fer una funció concreta; es discuteixen les millors opcions; es permet que segueixin camins equivocats per tal d'enfrontar-los a una discussió més crítica sobre els errors que han comés; es vigila que cap alumne quedi endarrerit. Cal fer notar que també se'ls orienta a que desenvolupin el codi per a que el faci servir un altre usuari i que no l'entenguin com un exercici propi necessari per aprovar l'assignatura. Com a terme mig, un alumne té finalitzat el seu programa després de cinc hores de pràctiques.

Com a última tasca d'aquesta activitat, es proposa tres problemes pràctics de diferent nivell de dificultat (i, per tant, de diferent puntuació final) que han de resoldre. Depenent de les innovacions que han realitzat en el seu programari, a banda de les indicades a les pautes esmentades anteriorment, podran resoldre un tipus o altre de problema. En aquesta fase, l'alumne treballa de forma totalment autònoma i independent, convertint-se en analista de sistemes físics complexos. El docent només dóna alguna indicació concreta si s'escau. De fet, el resultat que han de generar és un informe sobre l'estudi del problema seleccionat. Aquest informe constitueix l'element bàsic d'avaluació de l'activitat. Amb això, es vol reforçar el fet que no és suficient fer la programació de l'algorisme; ben al contrari, l'important és la correcta interpretació i anàlisi dels resultats, així com la presa de decisions que se'n puguin derivar de l'anàlisi efectuat.

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

Aproximadament, un 60% dels estudiants es decanta per resoldre el problema de més complexitat. Això és indicatiu del grau d'interès que l'exercici proposat desperta entre els alumnes.

Com a exemple, es presenta a continuació un dels problemes presentats (el de menor complexitat):

Problema 1: Un processador i760 de dimensions $10 \times 10 \times 0,5 \text{ mm}^3$ s'alimenta a partir d'una font de voltatge de 1,2V tot consumint 45A. Per tal d'extreure la calor generada, es col·loca al seu damunt un dissipador tèrmic de coure mitjançant un adhesiu tèrmic, tal i com s'il·lustra a la figura 1.

Considereu que la part inferior del suport FR4 està envoltada per aire i que a 10cm de distància la temperatura és l'ambient. El dissipador té un ventilador que provoca una convecció forçada de l'aire. S'estima que el flux calorífic que extreu el sistema de ventilació és de 3 W/cm^2 si gira a 100 rpm (considereu aquesta relació com lineal).

- a) Calculeu el número de rpm del ventilador si es vol mantenir la temperatura del processador per sota de 80°C .
- b) A quina temperatura es posa el processador si el sistema de ventilació falla? Quina hipòtesi de condició de contorn heu fet servir?

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

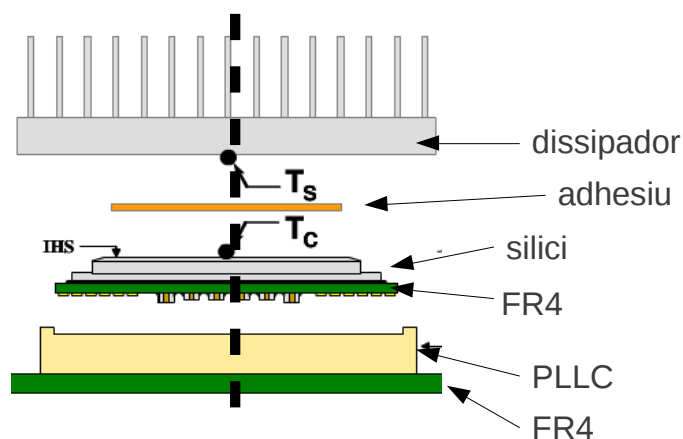


Figura 1: Secció transversal del i760 amb un dissipador tèrmic.

Per fer una primera estimació del comportament tèrmic del mòdul, s'ha de fer un model 1-D tot seguint la línia discontinua. Les propietats i dimensions mitges dels materials involucrats són les següents:

Material	Conductivitat tèrmica k [W/(m·K)]	Gruix (mm)
Aire	0.025	> 10
Coure	401	5
Adhesiu	7.0	0.1
Silici	130	0.5
FR4	2.5	0.5
PLLC	5.0	1.5

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

7.3. Càlculs de propagació de feixos de llum

Un dels altres treballs que s'han desenvolupat durant el curs correspon a implementar els càlculs referents a la propagació de feixos de llum monocromàtics. Concretament, suposant coneguda l'amplitud complexa d'una ona monocromàtica en un pla transversal a la direcció de propagació, es vol calcular la distribució de l'amplitud complexa en un nou pla transversal, que dista una certa distància de l'anterior. Evidentment, saber resoldre aquest problema serà útil en importants aplicacions del camp de l'Òptica Física. Per exemple, en el context de la teoria de la difracció i en aplicacions de la propagació electromagnètica de la llum en general.

Concretament, en el nostre cas pretenem:

1. Analitzar els elements necessaris per a desenvolupar un programa de càlcul de propagació de feixos de llum monocromàtics i implementar-lo efectivament.
2. Comprovar el programa aplicant-lo al cas concret de la propagació d'un feix gaussià (del que coneixem la solució analítica a qualsevol punt de l'espai).
3. Aplicar el programa a problemes de propagació no calculables analíticament.

D'aquesta manera s'il·lustrarà una idea molt important per als alumnes: el fet que mitjançant mètodes numèrics es poden generalitzar, amb relativa facilitat, resultats analítics que es podran aplicar a situacions pràctiques en que la citada resolució analítica seria molt difícil o impossible. Cal tenir present que, en molts cassos, els alumnes de grau consideren la resolució numèrica d'un problema físic com una 'solució de menys qualitat' que la corresponent resolució analítica. És important, doncs, incidir en aquest aspecte fent notar que en molts cassos la resolució analítica no és possible i, de cap manera, cal considerar la resolució numèrica com 'menys bona'.

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI



LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

7.3.1. Presentació del problema

Per tal de presentar de manera clara el problema físic que volem resoldre, es va començar per presentar de manera resumida la descripció matemàtica d'un feix Gaussià dins la teoria escalar de la propagació lluminosa [10]. L'amplitud complexa del feix gaussià d'ordre 0 i mida de cintura ω_0 és (long d'ona= λ):

$$U(x, y, z) = A \frac{\omega_0}{\omega(z)} \exp i(kz - \phi(z)) \exp \left\{ \left[i \frac{k}{2R(z)} - \frac{1}{\omega^2(z)} \right] (x^2 + y^2) \right\},$$

$$\text{amb: } A = U(0, 0, 0), \quad R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi \omega_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right], \quad L = \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}, \quad \omega^2(z) = \frac{2(z^2 + L^2)}{kL} = \frac{\lambda}{\pi L} (z^2 + L^2),$$

$$\omega_0 = \omega(0), \quad \phi(z) = \text{artg}\left(\frac{z}{L}\right) = \text{artg}\left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2}\right).$$

Sent la direcció de propagació la Z, gràficament es pot representar:

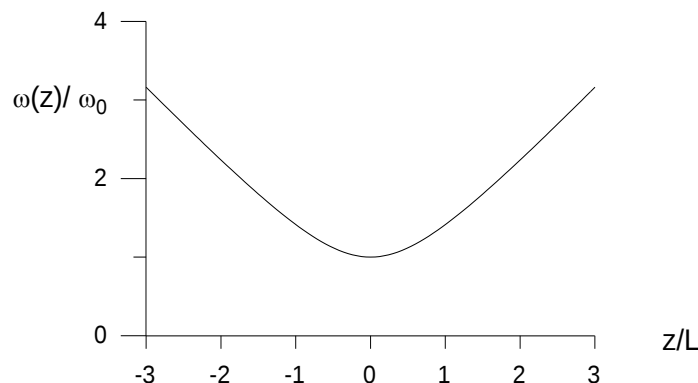


Figura 2: Amplada del feix en funció de la posició

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

Llavors es van remarcar les característiques físiques més importants de les expressions matemàtiques introduïdes:

- La mida de la gaussiana en cada pla $Z=z$ es defineix per $\omega(z)$: observant la fórmula es veu que aquesta mida de 'spot' és el radi transversal per al qual l'amplitud complexa baixa a $1/e$ respecte de l'eix, o sigui, la intensitat baixa a $1/e^2 \approx 0.13$. Per a $z=0$, la mida de 'spot' és mínima i s'anomena *mida de cintura* del feix: $\omega_0 = \omega(0)$. El pla $z=0$ s'anomena també *pla de cintura*.
- $R(z)$ és el radi de curvatura del feix. L'expressió anterior sempre donarà el signe de $R(z)$ igual que el de z , el que implica $R(z) > 0$ (divergent, propagant-se cap a la dreta) per a $z > 0$ i $R(z) < 0$ (convergent) per a $z < 0$.
- L'expressió $\phi(z) = \text{artg}\left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2}\right)$ és l'anomenada *fase Guoy*.
- S'observa fàcilment que en canviar la distància de 0 a L la mida augmenta en $\sqrt{2}$; L s'anomena *longitud de Rayleigh*, sent $L = \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}$.

L'altre element teòric important per a explicar convenientment els nostres objectius, és la introducció de la fórmula (manllevada de la teoria de la difracció) que expressa matemàticament la propagació d'un feix de llum monocromàtic qualsevol (limitat o no per una obertura) des d'un pla transversal fins un altre.

Consideri's la geometria esquematitzada a la següent figura, on la propagació es suposa d'esquerra a dreta a través d'una obertura Σ .

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI



LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

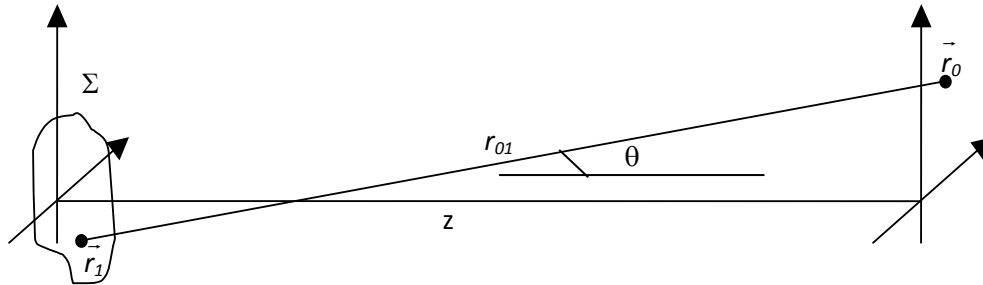


Figura 3. Difracció: variables geomètriques

Si designem amb la lletra U les amplituds complexes, la fórmula de Fresnel-Kirchhoff estableix que:

$$U(x_0, y_0) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left[i \frac{k}{2z}(x_0^2 + y_0^2)\right] \iint \left\{ U(x_1, y_1) \exp\left[i \frac{k}{2z}(x_1^2 + y_1^2)\right] \right\} \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda z}(x_0 x_1 + y_0 y_1)\right] dx_1 dy_1$$

O sigui, ens permet passar dels valors al pla de l'esquerra, de coordenades (x_1, y_1) , al pla de la dreta, de coordenades (x_0, y_0) .

7.3.2. Descripció de les dificultats de tipus numèric associades al problema

Un cop explicats els elements que defineixen el problema des del punt de vista de la Física, és necessari entrar en la descripció de les dificultats associades a la seva resolució numèrica. En el cas present l'element més notable a destacar és el fet que la darrera expressió matemàtica que hem introduït (la fórmula de Fresnel-Kirchhoff) té la forma funcional de la transformada de Fourier en dues dimensions. Fer aquesta observació és essencial per diversos motius:

SECRETARIA TÉCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

- La transformada de Fourier és un tipus d'expressió matemàtica que apareix molt sovint en diferents àmbits de la Física. Es pot dir que és un element o eina matemàtica que serveix per expressar adequadament molts fenòmens naturals. Pràcticament no hi ha cap àmbit de la física on no s'utilitzi aquest element matemàtic, des de la Física Teòrica a l'Electromagnetisme o l'Astrofísica. Per tant, és molt convenient familiaritzar a l'alumne amb la transformada de Fourier, amb la seva significació i, finalment, amb els mètodes de càlcul que se li poden aplicar.
- Des de fa anys, els entorns de càlcul científic implementen el càlcul de les transformades de Fourier mitjançant l'algorisme *Fast Fourier Transform* (FFT). Això facilita la tasca de l'usuari però no elimina la necessitat de conèixer les seves característiques essencials.
- Hi ha un problema essencial associat al càlcul de les transformades de Fourier mitjançant l'algorisme FFT: la validesa o no dels resultats calculats en funció de l'existència o no d'*aliasing* en les dades que s'estan tractant. Aquest problema és bastant especialitzat, per lo qual, en el nostre context ens restringirem a fer les observacions per a que l'estudiant pugui garantir la correcció dels resultats que està obtenint.

Tots aquests aspectes acabats d'esmentar són importants per a l'estudiant en un context ampli de la seva formació i, com també s'ha explicat, són aplicables a múltiples problemes de la Física teòrica i experimental.

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

7.3.3. Implementació del programa de càlcul en entorn MATLAB/Octave.

Un cop considerats tots els aspectes comentats fins ara, la implementació del programa és bastant immediata en un entorn d'alt nivell tipus MATLAB/Octave. Si els aspectes bàsics d'aquest entorn de treball ja són coneguts, solament hi ha alguns detalls a comentar:

- Hi ha una funció específica de MATLAB/Octave per a definir i avaluar expressions matemàtiques en 2-D, la funció 'meshgrid'. Val la pena explicar l'ús d'aquesta funció ja que simplifica i optimitza les operacions amb matrius 2-D. En el nostre context, aquestes matrius contenen les amplituds complexes U en els plans transversals citats en el problema de propagació i, per tant, s'utilitzen repetidament. L'exemple més representatiu pot ser el de generar una matriu que representi l'obertura Σ i la funció $\exp\left[i\frac{k}{2z}(x_1^2 + y_1^2)\right]$ dins seu.
- Les transformades de Fourier en 2-D es calculem còmodament mitjançant les funcions MATLAB/Octave 'fft2' i 'ifft2'. Amb tot, és important explicar els convenis d'ordenació de dades, amb el possible ús de 'fftshift' com a funció auxiliar per a visualitzar les matrius de manera més convencional.

7.3.4. Comprovació del programa

Dins el plantejament que hem fet per aquest exercici-pràctica de laboratori d'eines numèriques, la manera que hem previst per a comprovar els resultats del programa que s'ha elaborat és, simplement, aplicar-lo a la propagació d'un feix monocromàtic conegut i expressable analíticament. A més, s'ha triat que aquest feix sigui el Gaussià bàsic que serveix per a expressar la radiació del làser He-Ne de 633 nm tan comú en els laboratoris de Física. Sens dubte, aquesta

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

tria contribueix a difondre i fer conèixer entre els estudiants les característiques dels feixos làser que veuen i manipulen usualment, fent més natural la seva descripció matemàtica que, a nivell elemental, no és prou coneguda.

A nivell de comprovacions concretes, es demana, per exemple, que l'alumne representi una secció central de l'amplitud complexa i de la intensitat d'un feix Gaussià ($\lambda = 633nm$, $\omega_0 = 0.3mm$) en un pla a distància $z = -250mm$ del pla de cintura del feix. Llavors, utilitzant la formula de propagació d'un feix monocromàtic des del pla $z = -250mm$ (que és la que hem implementat en el nostre programa) es demana calcular la secció central de l'amplitud complexa i de la intensitat al pla $z = 755mm$, o sigui propagant $z = 1005mm$. D'aquesta manera és immediat comparar els resultats amb els que corresponen a les expressions analítiques, tant per a l'amplitud complexa com per a la intensitat.

7.3.5. Aplicació a problemes no abordables analíticament.

Un aspecte important de tot el treball que presentem és el de fer notar a l'alumne la importància del plantejament numèric de problemes de la Física. Moltes vegades, en un context excessivament teòric, l'alumne arriba a la 'conclusió personal' que un problema que no s'ha resolt analíticament demostra una resolució de segona categoria. De vegades l'alumne no arriba a ser conscient que hi ha problemes reals (de fet la immensa majoria d'ells) que no tenen solució analítica.

Aquí ho tenim fàcil per il·lustrar aquestes idees. Simplement, suposem que el feix en el pla $z = -250mm$ passa per una pantalla opaca amb dos forats idèntics de radi

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

$r = 0.1mm$ simètricament situats respecte a l'eix òptic i separats $d = 0.3mm$ entre centres. En aquestes condicions el problema ha perdut tota mena de simetria respecte l'eix de propagació Z i no es pot abordar analíticament. En canvi, és extremadament simple el tractament numèric adequat. Sols cal definir una màscara binària de valors 1 i 0 que representin les obertures i fer-ne el producte punt a punt per la matriu de l'amplitud complexa U al pla de coordenades (x_1, y_1) . Llavors, la mateixa propagació aplicada anteriorment serveix per al càlcul de la configuració que ens interessa. També és útil i senzill en el context de programació MATLAB/Octave, calcular seccions de les amplituds complexes o intensitats en estudi, simplement representant una línia (fila o columna) de les matrius corresponents.

7.3.6 Valoració.

Es constata que el nivell de comprensió ha sigut prou bo. De fet, com que ja s'assumeix que el conjunt dels conceptes involucrats eren complicats, s'havia insistit molt en el paper dels diversos elements. Quan es demanen les comparacions de les amplituds complexes calculades per programa i les definides analíticament (o sigui quan hi ha parts reals i imaginàries o mòduls i fases en les gràfiques) s'observen més confusions que en el cas de les comparacions d'intensitats. També hi ha casos en que l'alumne mostra certa dificultat per imaginar-se la configuració geomètrica dels diversos elements a l'espai.

7.4. Conclusions

La utilització de tècniques de programació en el context d'un curs de Física General avançada centrat en l'aprenentatge basat en problemes ha estat una experiència molt satisfactòria i enriquidora tan per als alumnes com per als professors. De forma qualitativa, és molt gratificant

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI

LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

seguir l'evolució dels alumnes que veuen que, a banda dels complicats càlculs analítics desenvolupats a altres matèries, són capaços d'analitzar sistemes complexos de forma autònoma fent servir les eines informàtiques adients i els coneixements adquirits en els dos cursos inicials.

És difícil definir una descriptors quantitatives per valorar l'experiència en ser aquesta la primera vegada que s'imparteix una assignatura d'aquest estil a la Facultat de Física de la Universitat de Barcelona. Pel que fa referència a la taxa d'èxit, la taula mostra la distribució de qualificacions. És interessant fer notar que les notes estan centrades al voltant del notable amb una dispersió molt petita. Aquests són uns resultats molts bons comparats amb l'índex d'aprovat d'altres assignatures similars del grau de Física. Tanmateix, aquest resultat mostra que la metodologia basada en la resolució de problemes resulta motivadora pels nostres estudiants. Cal destacar però que un nombre no menyspreable d'estudiants (3) no han estat capaços de seguir la dinàmica de treball i opten per abandonar.

Distribució de Qualificacions (febrer de 2012)

No presentats	3
Suspesos	1
Aprovat	1
Notable	7
Excel·lent i MH	2

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI



LA UNIVERSITAT: UNA INSTITUCIÓ DE LA SOCIETAT

8. REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

- [1] W. Christian, Physlets <http://webphysics.davidson.edu/applets/applets.html> [Recurs online, accedit el 17 de gener de 2012]
- [2] G. Novak, A. Gavrin, W. Christian, E. Patterson, *Just-in-Time Teaching: blending active learning with webtechnology*, Addison-Wesley (1999)
- [3] PhET Interactive Science Simulations, <http://phet.colorado.edu> [Recurs online, accedit el 17 de gener de 2012]
- [4] Multimedia Educational Resource for Learning and Online Teaching.Website (MERLOT) <http://www.merlot.org> [Recurs online, accedit el 16 de gener de 2012]
- [5] J. Mas, A. Farré, J. Cuadros, I. Juvells and A. Carnicer, Understanding Optical trapping Phenomena: A simulation for Undergraduates, IEEE Transactions on Education **54** 133-140 (2011)
- [6] <http://www.mathworks.es> [Recurs online, accedit el 17 de gener de 2012]
- [7] <http://www.octave.org> [Recurs online, accedit el 17 de gener de 2012]
- [8] <http://www.scilab.org> [Recurs online, accedit el 17 de gener de 2012]
- [9] O.C. Zienkiewicz y R.L. Taylor, *El Método de los Elementos Finitos. Volumen 1: Formulación básica y problemas lineales*, 4ª edición, McGraw-Hill (1994)
- [10] J.W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, Roberts and Company Publishers (2005)

SECRETARIA TÈCNICA
VII CIDUI