



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

ANÁLISIS DE LA CALIDAD MATEMÁTICA DE TAREAS

- Adán Gómez, Marta
Universitat de Barcelona
Departament de Didàctica de les CCEE i la Matemàtica, Facultat de Formació del Professorat
Passeig de la Vall d'Hebrón, 171. 08035 Barcelona, España
m.adan@ub.edu
- Carvajal Romero, Silvia
Universitat de Barcelona
Departament de Didàctica de les CCEE i la Matemàtica, Facultat de Formació del Professorat
Passeig de la Vall d'Hebrón, 171. 08035 Barcelona, España
scarvajal@ub.edu

1. **RESUMEN:** Investigamos el diseño, implementación y rediseño de tareas que permitan la emergencia de herramientas teóricas para que los futuros profesores realicen la valoración de la idoneidad matemática de procesos de instrucción, uno de los componentes de la competencia en análisis didáctico de procesos de instrucción. Para conseguirlo, utilizamos la investigación basada en el diseño. Los participantes son los futuros profesores de matemáticas de secundaria.
2. **ABSTRACT:** We study the design, implementation and redesign of tasks that allow the emergence of theoretical tools which can be used by future teachers to evaluate the mathematical adequacy of teaching processes, one of the components of the didactic analysis of the teaching process. To this end, the study employs an investigative model based on design using future secondary maths teachers as participants.
3. **PALABRAS CLAVE:** formación profesores, secundaria, matemática, criterios de calidad. / **KEYWORDS:** teacher training, secondary, mathematics, quality criteria.



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

4. DESARROLLO:

a) Objetivo

Investigar cómo el diseño y la implementación de una secuencia de tareas permite la emergencia de herramientas teóricas que permitan, a los futuros profesores de secundaria de matemáticas, realizar la valoración de la idoneidad matemática de procesos de instrucción.

b) Descripción del trabajo

Entre las agendas de investigación que ponen el énfasis en las competencias que deben desarrollar los profesores para realizar procesos de instrucción de calidad hay que resaltar: 1) Las que consideran que el profesor debe desarrollar la competencia “mirar con sentido”; la cual le permite ver las situaciones de enseñanza aprendizaje de las matemáticas de una manera profesional que lo diferencia de la manera de mirar de alguien que no es profesor de matemáticas (Mason, 2002), y 2) Las que se desarrollaron en el marco del enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007). En este enfoque se considera que los profesores deben poder realizar los cinco niveles siguientes de análisis didáctico de procesos de instrucción: a) Análisis de las prácticas matemáticas realizadas en el proceso de instrucción. b) Análisis de objetos y procesos matemáticos activados en dichas prácticas. c) Análisis de las interacciones realizadas en el proceso de instrucción. d) Identificación del sistema de normas y metanormas que regulan el proceso de instrucción. e) Utilización de criterios de idoneidad didáctica para la valoración del proceso de instrucción con el fin de mejorarlo. Este tipo de análisis didáctico tiene por objetivo que el profesor tenga instrumentos para describir, explicar, valorar y mejorar dichos procesos. Estas investigaciones coinciden (o al menos no contradicen) en que una de las competencias profesionales que debe tener el profesor de matemáticas es la competencia en análisis didáctico de secuencias de tareas, que le permita su diseño, aplicación, valoración y mejora.



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

De acuerdo con Font, (2011) se asume la siguiente caracterización de la competencia en análisis didáctico: *Diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora*. Se considera, además: 1) que se pueden encontrar criterios e indicios del desarrollo de esta competencia, y 2) que algunos de los constructos propuestos en el modelo de análisis didáctico que propone el Enfoque Ontosemiótico (Godino, Batanero y Font, 2007) son útiles para el desarrollo de dicha competencia, sobre todo, el constructo criterios de idoneidad didáctica.

Las reflexiones (e investigaciones) sobre la calidad matemática de los procesos de instrucción de las matemáticas son numerosas en el área de Educación Matemática. Todas ellas ponen de manifiesto que hay muchos aspectos que inciden sobre esta calidad y que, por tanto, se trata de una noción multidimensional. En este trabajo se han tenido en cuenta dos aproximaciones que si bien consideran la calidad matemática de una manera multidimensional ponen el acento, según nuestra opinión, en dimensiones diferentes. Por una parte, las que destacan como elemento central de la calidad matemática el descriptor “riqueza matemática” y, por otra parte, las que toman como elemento central el descriptor “representatividad de las matemáticas enseñadas”.

Un ejemplo relevante del primer tipo de aproximaciones son los trabajos de Hill y colaboradores (Hill, Blunk, Charalambous, Lewis, Phelps, Sleep y Ball, 2008). Un ejemplo relevante del segundo tipo de aproximaciones es el EOS, principal referente teórico de esta investigación. Para valorar la calidad de las matemáticas enseñadas se propone el constructo “criterios de idoneidad”:

1. Idoneidad epistémica, para valorar si las matemáticas que se enseñan son unas “buenas matemáticas”. 2. Idoneidad cognitiva, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de lo que saben los alumnos y, después del proceso, si los aprendizajes logrados se acercan a los que se pretendían enseñar. 3. Idoneidad interaccional, para valorar si la interacción ha resuelto



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

dudas y dificultades de los alumnos. 4. Idoneidad mediacional, para valorar la adecuación de recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción. 5. Idoneidad emocional, para valorar la implicación (interés, motivación) de los alumnos en el proceso de instrucción. 6. Idoneidad ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional, etc. (Font, Planas y Godino, 2010, p. 101).

Para cada una de las seis idoneidades hay un conjunto de indicadores. A continuación siguen los indicadores de la idoneidad epistémica: Muestra representativa y articulada de problemas de diversos tipos (contextualizados, con diferentes niveles de dificultad, etc.); uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), y traducciones y conversiones entre los mismos; procurando que el nivel del lenguaje matemático utilizado sea adecuado y que las definiciones y procedimientos estén clara y correctamente enunciados y adaptados al nivel educativo a que se dirigen; presentación de los enunciados y procedimientos básicos del tema y adecuando asimismo las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen; establecimiento de relaciones y conexiones significativas entre las definiciones, propiedades, problemas del tema estudiado, etc.

La noción de idoneidad epistémica propuesta por el EOS está muy centrada en la idea de representatividad de las matemáticas enseñadas con relación al significado holístico del objeto matemático que se quiere enseñar, entendido como el conjunto de pares (prácticas matemáticas, objetos primarios y procesos matemáticos activados en dichas prácticas) (Font, Godino y Gallardo, 2013). La determinación de dicho significado global u holístico requiere de la realización de un estudio histórico-epistemológico sobre el origen y evolución del objeto en cuestión. Así mismo se deben tener en cuenta la diversidad de contextos de uso donde se pone en juego dichas configuraciones de objetos primarios.

Nos planteamos el diseño, implementación y rediseño de tareas que permitan la emergencia de constructos para que los futuros profesores realicen la valoración de la idoneidad



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

matemática de procesos de instrucción, uno de los componentes de la competencia en análisis didáctico. Para conseguirlo, utilizamos una metodología de investigación que tienen elementos de la investigación basada en el diseño. (Cobb, diSessa, Lehrer & Schauble, 2003). Los participantes son los futuros profesores de matemáticas de secundaria del Máster de Formación del Profesorado de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona, España (MFPSM) de los cursos 2012-2013 y 2013-2014. Las fases de diseño e implementación (algunas ya realizadas) del ciclo formativo son las siguientes: (a) un análisis de la evolución de las tareas de las asignaturas del MFPSM de la UB cuyo propósito fue fundamentar la noción de calidad matemática; (b) entrevistas con los profesores de las asignaturas del máster; (c) un primer diseño de las tareas del ciclo formativo; (d) implementación del ciclo formativo y su registro audiovisual en el curso 2012-2013; (e) valoración de ciclo formativo y rediseño para su implementación en el curso siguiente; (f) valoración global de todo el proceso. En este reporte se explica la fase *c* y *d*.

A continuación, a modo de ejemplo, se explica el diseño e implementación de una de estas tareas. La tarea se presenta como uno de los primeros problemas profesionales que tuvo una alumna (M) del máster de FPSM del curso 2010-2011 en su primera experiencia profesional. M fue contratada como substituta de un profesor y tuvo que explicar las integrales en el último curso de bachillerato. En concreto, tuvo que poner en funcionamiento su conocimiento común del contenido para poder resolver las tareas sobre integrales del libro de texto, pero también se topó con una problemática relacionada con otros componentes del conocimiento del profesor (conocimiento especializado, conocimiento del currículo, etc.). En particular, se encontró que el profesor substituido había diseñado una prueba en formato digital para preparar el examen del tema de integrales y ella no tenía muy claro si ésta era adecuada (o no) para preparar a los alumnos para el examen de integrales. El cuestionario era voluntario y estaba dirigido a aquellos alumnos que querían repasar los contenidos susceptibles de entrar en el examen sobre integrales. Las características del cuestionario eran: 1) se tenía que realizar en un entorno digital soportado por dos plataformas virtuales: Moodle y Wiris (calculadora simbólica



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

virtual), 2) el temario abarcado era: Integral definida, Integral indefinida y Cálculo de áreas, c) las preguntas eran abiertas (no era un test) y los alumnos debían introducir su respuesta mediante la calculadora Wiris, d) la generación de preguntas era aleatoria. Había un banco de preguntas y cada intento del cuestionario generaba, mediante la calculadora Wiris, preguntas con datos numéricos diferentes. F) El cuestionario producía como retroalimentación, en el caso de que el alumno fallase la respuesta, una respuesta correcta (que para el cálculo de áreas detallaba todos los pasos).

En la primera fase se daba esta información a los futuros profesores (incluido el acceso al cuestionario digital), junto a lo que decía el currículo sobre el tema de integrales (en especial los criterios de evaluación) y la parte del índice sobre la integral del libro de texto utilizado. A los futuros profesores se les pedía que, primero en pequeños grupos y después en gran grupo, discutieran sobre la calidad del cuestionario con la siguiente consigna abierta *¿Podrías valorar si el cuestionario digital tiene calidad matemática o no? Justifica tu respuesta.* El resultado de la discusión fueron dos criterios: 1) adaptación del cuestionario a los criterios de evaluación, 2) tener en cuenta la complejidad de la integral. En la segunda fase el profesor limitó el criterio “adaptación al currículo” al componente “riqueza de procesos matemáticos” ya que, dado que el currículo estaba pensado para el desarrollo de procesos, esta idea era uno de los criterios de evaluación. Después reelaboró el criterio “tener en cuenta la complejidad de la integral” en términos de “representatividad” y conectó ambos criterios haciendo ver que se podían considerar como dos componentes de la noción “calidad matemática”. A continuación se dieron más indicadores para poder medir estas dos componentes.

Con relación a valorar si el cuestionario era representativo de la complejidad de la integral se explicaron los siguientes significados de “integral”: 1) Geométrico:, 2) Resultado de un proceso de cambio, 3) Inversa de la derivada, 4) Aproximación al límite: 5) Generalizada: (Lebesgue, Riemann, etc.), 6) Algebraica, 7) Métodos numéricos. Después, el alumno para cada una de las 10 preguntas del cuestionario digital y para cada uno de los 7 significados parciales tenía que escribir en una tabla un 1 o un 0 según considerase que la pregunta



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

activaba (o no) dicho significado. Con relación a la “riqueza de procesos matemáticos” el profesor se limitó a considerar los siguientes: Contextualización, Algoritmización, Comunicación, Argumentación y Resolución de problemas. Después el alumno para cada una de las 10 preguntas del cuestionario digital y para cada uno de estos 5 procesos tenía que escribir un 1 o un 0 según considerase que la pregunta activaba (o no) dicho proceso.

La conclusión fue que el cuestionario no era representativo de la complejidad del objeto integral ya que solo activaba dos de los siete significados posibles de la integral y que, además, no activaba procesos relevantes (resolución de problemas, contextualización comunicación y argumentación). La conclusión fue que la calidad matemático-didáctica del cuestionario era baja y, además, no era causada por las características del entorno digital.

c) Resultados

Los futuros profesores inicialmente consideraban la idoneidad epistémica (calidad matemática) como “la falta de errores del profesor o del libro de texto”. Después surgió el criterio “coherencia”, por ejemplo este criterio no se podía aplicar a un profesor que definía la mediatriz como la perpendicular que pasa por el punto medio del segmento y a continuación explicaba un procedimiento de construcción de la mediatriz en el que se utilizaba que la mediatriz era el lugar geométrico de los puntos que están a igual distancia de los extremos del segmento. Por último fue apareciendo el criterio “representatividad”, en el sentido de que la secuencia didáctica debía ser, dentro de lo posible, representativa de la complejidad del objeto matemático que se quería explicar.



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cobb, P., Confrey, J.; diSessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.

Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Unión - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 26, 9-25.

Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97–124. The final publication is available at www.springerlink.com.

Font, V., Planas, N. y Godino, J. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, Vol. 39 (1-2): 127-135.

Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430-511.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge-Falmer.

AGRADECIMIENTOS

Trabajo realizado en el marco del proyecto de investigación EDU2012-32644 “Desarrollo de un programa por competencias en formación inicial de profesores de secundaria de matemáticas” financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad del Gobierno de España.