



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

APRENDIENDO A ENSEÑAR MATEMÁTICAS A PARTIR DE LA PROPIA EXPERIENCIA

- Albarracín Gordo, Lluís
Universitat Autònoma de Barcelona
Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals.
Facultat de Ciències de l'Educació, Edifici G5.
Bellaterra (Cerdanyola del Vallès)
lluis.albarracin@uab.cat
- Chico Gutiérrez, Judit
Universitat Autònoma de Barcelona
Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals.
Facultat de Ciències de l'Educació, Edifici G5.
Bellaterra (Cerdanyola del Vallès)
judit.chico@uab.cat
- Guinjoan Francisco, Marc
Universitat Autònoma de Barcelona
Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals.
Facultat de Ciències de l'Educació, Edifici G5.
Bellaterra (Cerdanyola del Vallès)
marc.guinjoan@uab.cat

1. **RESUMEN:** En esta comunicación se presenta una experiencia de innovación docente en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con alumnos del Grado de Educación Primaria. Los resultados de la experimentación indican el potencial de emular una actividad de resolución de problemas de Fermi para alumnos de primaria como alternativa a la clase magistral. El objetivo es reflexionar sobre las características del aprendizaje matemático de los alumnos y la gestión del aula.
2. **ABSTRACT:** An experience of educational innovation in teaching and learning mathematics with primary student teachers is presented in this report. The obtained data point out the power of emulating Fermi problem solving activities as an



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

alternative to lectures. Our aim is to promote reflection on the characteristics of primary students' mathematical learning and classroom management.

3. **PALABRAS CLAVE:** aprendizaje matemático, formación inicial del profesorado, educación primaria, problemas de Fermi, estimación. **KEYWORDS:** mathematical learning, pre-service teacher training, primary education, Fermi problems, estimation.

4. **DESARROLLO:**

a) **Objetivos**

A lo largo de los años se ha intentado caracterizar el conocimiento del profesor sobre los contenidos que enseña atendiendo a las necesidades específicas de la enseñanza. Shulman (1986) planteó el conocimiento de los profesores centrándose en el rol del contenido en la enseñanza y sugirió distinguir tres tipos de conocimiento del contenido de los maestros: el conocimiento del contenido específico, el conocimiento pedagógico del contenido y el conocimiento curricular.

En el caso específico del profesor de matemáticas, Ball et al. (2008) siguiendo el trabajo de Shulman, dividieron el conocimiento del contenido en dos áreas principales: el conocimiento matemático y el contenido didáctico en matemáticas. Dentro de esta última, se destacaron tres aspectos: el conocimiento de la enseñanza en matemáticas, el conocimiento de las características del aprendizaje matemático de los alumnos y el conocimiento de los estándares de aprendizaje en matemáticas basados en el currículo.

Por otro lado, la formación inicial del profesorado de primaria es concebida, no sólo como un proceso de cambio cognitivo para su posterior desarrollo profesional, sino también como de cambio conceptual y contextual. A lo largo de los cuatro años de su formación inicial, se pretende que los estudiantes de Educación Primaria (EEP) se cuestionen su propio bagaje escolar y recontextualicen su futura práctica a partir de lo aprendido (Ensor, 2001). Así, las tareas matemáticas que se propongan a los EEP durante su formación inicial deben propiciar la generación y adquisición de una nueva cultura matemática escolar que



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

minimice el impacto de concepciones y creencias propias de una vieja cultura matemática escolar derivada de su experiencia como aprendices. Para ello además del contenido matemático de las tareas, se debe considerar cómo los EEP pueden acceder a ese contenido (Sánchez & García, 2009).

En el contexto de una asignatura de didáctica de las matemáticas del Grado de Educación Primaria, el equipo docente se propuso combinar el trabajo sobre la gestión del aula y el estudio del conocimiento de las características del aprendizaje matemático de los alumnos. Para ello se diseñó y se implementó una actividad basada en resolución de problemas fácilmente extrapolable a un aula de primaria. Esta situación de aprendizaje permitió reflexionar sobre la gestión del aula y profundizar sobre diferentes formas de aprendizaje de alumnos de primaria a partir de la propia experiencia de los EEP como resolutores en el aula. Concretamente, nuestra propuesta es plantear una situación de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que fomente la exploración de ideas, la elaboración de conjeturas, la comparación de procesos y la comunicación de razonamientos matemáticos. En definitiva, una actividad colaborativa como las que se espera que los futuros maestros implementen y gestionen durante su posterior práctica profesional.

Los objetivos del presente trabajo son:

- 1) Presentar una propuesta de innovación docente que permita a los EEP, a través de su propia vivencia, reflexionar sobre las características del aprendizaje matemático de los alumnos y la gestión del aula de matemáticas.
- 2) Presentar resultados de la experiencia de innovación docente a partir de las producciones de los propios EEP.



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

b) Descripción del trabajo

La experiencia de innovación docente se implementó en tres grupos (247 estudiantes) de la asignatura ‘Gestión e innovación en el aula de matemáticas’ que se imparte en el tercer curso del grado de Educación Primaria en la Universidad Autónoma de Barcelona. En esta asignatura se trabajan contenidos horizontales referentes a la gestión e innovación en el aula que se relacionan con contenidos matemáticos específicos enmarcados en tres bloques: geometría, números racionales y medida y estimación. Dentro del contenido de medida y estimación, se diseñó una actividad con trece cuestiones basadas en Problemas de Fermi en los que se estiman grandes cantidades (ver ejemplo en la Figura 1). Årleback (2009) define los Problemas de Fermi como problemas abiertos que requieren que los estudiantes hagan suposiciones sobre la situación planteada y estimen diferentes cantidades relevantes para acabar relacionándolas a partir de cálculos sencillos. Por lo tanto, los Problemas de Fermi se caracterizan por su forma de resolución, involucrando estimaciones parciales de cantidades esenciales.

El problema de Fermi que se utiliza como ejemplo clásico es el de estimar el número de afinadores de piano que hay en Chicago a partir de estimar datos como la población total de Chicago, la proporción de familias de Chicago que pueden tener piano o el tiempo necesario para afinar un piano. Se pueden encontrar los detalles de la resolución completa en Efthimiou y Llewellyn (2007). El trabajo con problemas de Fermi puede introducirse en diferentes niveles ajustando la dificultad de los problemas. Årleback (2011) ha confirmado que para su resolución no se requiere ningún tipo específico de conocimiento matemático previo y, dado que los estudiantes están obligados a estimar varias cantidades por sí mismos (ya que los problemas no ofrecen datos numéricos), se les anima a discutir el proceso de resolución con sus compañeros. A modo de ejemplo, la Figura 1 muestra la tercera cuestión de la secuencia de problemas de la actividad llevada a cabo.



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES



Figura1. Problema 3.a de la actividad propuesta

Todos los problemas propuestos en la actividad aluden a espacios o edificios próximos a la facultad de Ciencias de la Educación en la que estudian los EEP. En concreto, se trata de una secuencia de trece preguntas que actúan como enunciados de un problema de Fermi. En los enunciados de cada cuestión se facilitó una imagen de la localización a la que hacen referencia. Más allá de facilitar la realización de la actividad, las magnitudes a estimar hacen referencia a objetos extrapolables a un colegio: la altura de una fachada o de un árbol, las personas que caben en un patio o un aparcamiento o los ladrillos de necesarios para construir un edificio.

La experimentación de la actividad se llevó a cabo en grupos de cuatro alumnos en una sesión de tres horas que se distribuyó de la siguiente manera: 1) una hora y media en el exterior del aula con el objetivo de tomar medidas (si lo consideraban necesario) y anotar las estrategias de estimación para cada problema; 2) una hora y media en el aula regular para formalizar las estrategias y hacer los cálculos que se consideraran necesarios. De forma regular, los alumnos trabajan en grupo las tareas asociadas a esta asignatura. Así están acostumbrados a expresar sus ideas y debatir la validez de las mismas.

En la sesión posterior se realizó una puesta en común con todo el grupo clase para debatir la adecuación de las estrategias utilizadas. En concreto se incidió en la comparación de las diferentes formas de resolución propuestas, su eficiencia, los factores que introducen



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

desviaciones en las estimaciones y la reflexión sobre qué estrategias eran extrapolables a alumnos de primaria. Este último factor es clave para la formación de los EEP en relación al conocimiento de las características del aprendizaje matemático de los alumnos (Ball et. al., 2008). Para la preparación de esta sesión el equipo docente disponía de información previa extraída de un trabajo de investigación anterior donde se analizan resoluciones de estudiantes de Secundaria a este tipo de problemas. En ese estudio se detectaron las siguientes estrategias de resolución que incluían elementos de modelización matemática (Albarracín y Gorgorió, 2014):

- *Densidad de población*, en la que se establece la superficie o volumen total en la que se distribuyen los objetos y se determina una densidad de población para ellos a partir de la experimentación en espacios reducidos.
- *Punto de referencia*, en la que se establece la superficie o volumen total en la que se distribuyen los objetos y se divide por la cantidad de superficie o volumen media que ocupa cada uno de los objetos.
- *Distribución en cuadrícula rectangular*, el modelo propone que la cantidad de objetos a estimar se puede distribuir siguiendo un patrón de cuadrícula con lo que se deben determinar el número de filas y columnas de objetos que llenarían el espacio. Finalmente se multiplican las dos cantidades obtenidas.

A continuación, en la Figura 2, se exponen a modo de ejemplo tres resoluciones de grupos diferentes de EEP al problema 3.a de la actividad mostrado en la Figura 1.



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

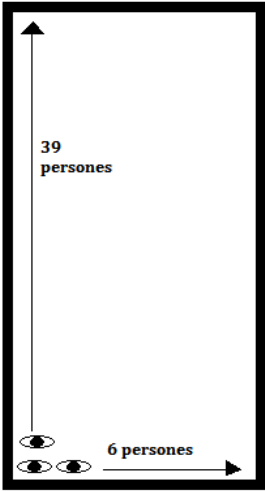
Distribución en cuadrícula rectangular	Densidad de población
	1 passa = 28 cm $1m^2 = 4$ persones Àrea rectangle: $b \cdot h = a$ $b = 11$ passes = 308cm = 3,8m $h = 44$ passes = 1232cm = 12,32m $a = b \cdot h = 3,8 \cdot 12,32 = \mathbf{46,816m^2}$ $1m^2$ ————— 4 persones $46,816m^2$ ——— x persones TOTAL: 187 persones
Punto de referencia Per tal de descobrir quanta gent es pot aixopugar a sota del pont, de forma aproximada, hem seguit diversos passos. Hem calculat l'àrea total del porxo l'àrea de la part que ocuparia una persona, a partir de dades que em esbrinat nosaltres mateixes. Finalment, per obtenir el nombre total de persones que hi podrien cabre, hem dividit les dues àrees calculades anteriorment, és a dir, l'àrea total del porxo entre l'àrea que ocuparia un sola persona.	

Figura 2. Ejemplos de resoluciones de EPP

La puesta en común se dirigió a poner de manifiesto las equivalencias y diferencias entre las resoluciones de los EEP a los distintos problemas para destacar la presencia de estrategias de resolución elaboradas. Asimismo se identificaron las resoluciones que no están al alcance de alumnos de Educación Primaria por su contenido matemático.



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

c) Resultados y conclusiones

La experiencia sirvió como ejemplo de organización y gestión de una actividad colaborativa de resolución de problemas de forma vivencial, más allá de transmitir sus características a partir de una clase magistral. A la vez que los EEP fueron resolutores de los problemas, con lo que se pudieron analizar aspectos del conocimiento del profesor sobre las características del aprendizaje matemático de los alumnos utilizando las resoluciones generadas.

La puesta en común consolidó los siguientes aspectos de conocimiento especializado del contenido matemático sobre los problemas utilizados:

- i. Cada uno de los problemas de Fermi propuestos permite ser resuelto utilizando diferentes estrategias. Estas estrategias son variantes de las descritas en Albarracín y Gorgorió (2014): densidad de población, punto de referencia y distribución en cuadrícula rectangular. Esto permite tratar concepciones de los alumnos de Primaria sobre la resolución de problemas, ya que el trabajo convencional en las aulas los lleva a considerar que los problemas tienen una única forma de resolverse.
- ii. Las estrategias utilizadas se pueden adaptar a diferentes situaciones introduciendo modificaciones adecuadas. Es importante para los EEP que consideren el contexto concreto en el que se plantea cada problema y que diferencien la naturaleza propia de los objetos a estimar. Por ejemplo, se pueden contar baldosas en el suelo y ladrillos en la pared dividiendo la superficie cubierta entre la superficie que tapa una baldosa o ladrillo, pero en general las baldosas recubren el plano sin dejar espacios entre ellas y para unir los ladrillos en una pared se requiere que el cemento ocupe una parte de esa superficie. Estos ajustes requieren de un conocimiento previo de las características que afectan a las estimaciones de los objetos a cuantificar en cada problema.

Sobre la gestión de clase:



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

- iii. El EEP debe conocer de antemano las diferentes estrategias de resolución para estos problemas y saber adaptarlas a nuevas situaciones. De esta forma, en sus actuaciones como gestor de aula, los EEP han observado que es esencial entender las resoluciones de los alumnos mientras estos resuelven los problemas y actuar como guía en el aula.
- iv. Se valora positivamente el trabajo colaborativo. Dar funciones a los alumnos de primaria.

Por último, se pasó un cuestionario a los EEP en el que se les hacían preguntas concretas sobre el desarrollo de la actividad y se pedían una serie de reflexiones en relación a la forma en que el planteamiento de los problemas puede adaptarse a las clases de Educación Primaria. A continuación se exponen ideas básicas que emergen de las respuestas de los EEP:

- a. Se les pidió a los EEP que ofrecieran el enunciado de dos problemas similares a los utilizados en la actividad. En general, los EEP proponen problemas del mismo tipo pero sin generar propuestas que incluyan nuevos elementos en su resolución.
- b. Los EEP manifiestan haber detectado carencias en su formación matemática para poder resolver algunos de los problemas (nunca han recibido formación específica para ello) y realizar la actividad pone manifiesto para ellos que la gestión del aula requiere de conocimientos matemáticos y conocimientos didácticos específicos.
- c. Los EEP muestran el convencimiento adquirido sobre la potencialidad de la actividad para generar nuevos conocimientos y competencias para los alumnos. Un extracto de la opinión de un alumno es el siguiente: "Creo que a estas actividades se le puede sacar mucho provecho, ya que no existen unas bases marcadas y los alumnos pueden resolver los problemas generando sus propias estrategias y utilizando los mecanismos que crean oportunos".



MODELOS FLEXIBLES DE FORMACIÓN: UNA RESPUESTA A LAS NECESIDADES ACTUALES

A modo de conclusión consideramos que las actividades docentes sobre futuros maestros deberían recoger actividades específicas que emularan al nivel adecuado la práctica docente del aula. Como docentes universitarios no podemos limitarnos a explicar a los futuros docentes como deben actuar, debemos dar un paso más y provocar situaciones de aprendizaje cercanas a las que van a vivir en las aulas los EEP cuando desarrollen su práctica profesional.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- Albarracín, L. y Gorgorió, N. (2014). Devising a plan to solve Fermi problems involving large numbers. *Educational Studies in Mathematics*, 86(1), 79–96.
- Ärlebäck, J. B. (2009). On the use of realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 6(3), 331– 364.
- Ball, D. L., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? *Journal of teacher education*, 59(5), 389–407.
- Ensor, P. (2001). From preservice mathematics teacher education to beginning teaching: A study in recontextualizing. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(3), 296–320.
- Efthimiou, C. J. y Llewellyn, R. A. (2007). Cinema, Fermi problems and general education. *Physics Education*, 42(3), 253–261.
- Sánchez, V. y García, M. (2009) La Formación de Profesores en Relación con las Matemáticas. *Educação matemática pesquisa*, 11(3), 497–513.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.